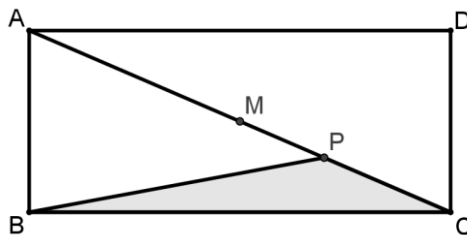


PISM 1 – QUESTÕES FECHADAS – GABARITO

1ª Questão

A área do retângulo $ABCD$ mede 100cm^2 .



Sabendo que M é ponto médio da diagonal AC e que $MP = \frac{1}{5} AC$, a área do triângulo BPC mede:

- A) 10cm^2 .
- B) $12,5\text{cm}^2$.
- C) 15cm^2 .
- D) 20cm^2 .
- E) 30cm^2 .

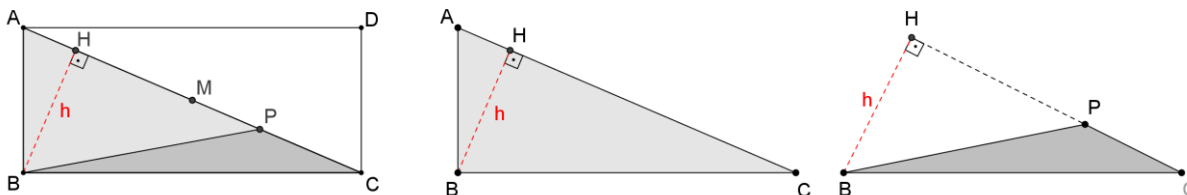
Solução:

Como $S_{ABCD} = 100\text{cm}^2$, segue que $S_{ABC} = 50\text{cm}^2$, já que $\overline{AC}$ é diagonal de $ABCD$.

Sendo M o ponto médio de $\overline{AC}$, $MC = \frac{1}{2} AC$. Como $MP = \frac{1}{5} AC$, tem-se que:

$$PC = MC - MP = \frac{1}{2} AC - \frac{1}{5} AC = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) AC = \frac{3}{10} AC.$$

Traçando as alturas dos triângulos ABC e BPC , relativas aos lados $\overline{PC}$ e $\overline{AC}$ respectivamente, observa-se que ambas são dadas por $\overline{BH}$. Seja h o comprimento de $\overline{BH}$.



$$\text{Daí segue que: } S_{BPC} = \frac{PC \times h}{2} = \frac{\frac{3}{10} AC \times h}{2} = \frac{3}{10} \times \frac{AC \times h}{2} = \frac{3}{10} \times S_{ABC} = \frac{3}{10} \times 50\text{cm}^2 = 15\text{cm}^2.$$

Gabarito: C

2ª Questão

Sejam a, b, c e d números reais. Admitindo como hipótese somente que $c + d \neq 0$ e $a \cdot b > 0$, foram propostas as seguintes igualdades:

I. $\frac{a+b}{c+d} = \frac{a}{c} + \frac{b}{d}$;

II. $\frac{a+b}{c+d} = \frac{a}{c+d} + \frac{b}{c+d}$;

III. $\frac{a}{c+d} = \frac{a}{c} + \frac{a}{d}$;

IV. $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.

As igualdades verdadeiras são:

A) I e IV.

B) I e III.

C) II e IV.

D) II, apenas.

E) IV, apenas.

Solução:

A afirmativa I é falsa pois, por exemplo: $\frac{1+1}{2+2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ enquanto que $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$. Logo $\frac{1+1}{2+2} \neq \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$. Além

disso, não é possível estabelecer a existência das frações $\frac{a}{c}$ e $\frac{b}{d}$ sem a garantia de que c e d sejam diferentes de zero, o que não está assegurado nas hipóteses.

A afirmativa II é verdadeira por definição pois ao se somar duas frações de mesmo denominador (2º membro) obtém-se uma nova fração de mesmo denominador, cujo numerador é a soma dos numeradores das frações somadas (1º membro).

A afirmativa III é falsa pois, por exemplo: $\frac{1}{2+2} = \frac{1}{4}$, enquanto que $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$. Logo $\frac{1}{2+2} \neq \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$. Além disso,

não é possível estabelecer a existência as frações $\frac{a}{c}$ e $\frac{a}{d}$ sem a garantia de que c e d sejam diferentes de zero, o que não está assegurado nas hipóteses.

A afirmativa IV é falsa pois, por exemplo: $\sqrt{(-3)(-3)} = \sqrt{9} = 3$, enquanto que $\sqrt{-3}$ sequer é um número real.

Nas hipóteses, a única restrição que diz respeito aos sinais de a e b é $a \cdot b > 0$, que simplesmente exige que a e b tenham o mesmo sinal, não exigindo assim que sejam positivos.

Gabarito: D

3ª Questão

Seja $f : A \rightarrow B$ uma função. A imagem inversa de um subconjunto $Y \subset B$ é o conjunto denotado por $f^{-1}(Y)$ e definido por $f^{-1}(Y) = \{x \in A \mid f(x) \in Y\}$.

Dada a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \frac{x}{2}$, o conjunto $f^{-1}(\mathbb{N})$ é igual a:

A) $\{x \in \mathbb{R} \mid x = 2k, k \in \mathbb{N}\}$

B) $\{x \in \mathbb{R} \mid x = 2k, k \in \mathbb{Z}\}$

C) $\mathbb{N}$

D) $\mathbb{Z}$

E) $\mathbb{R}$

Solução:

Sendo $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a função definida por $f(x) = \frac{x}{2}$, tem-se que:

$$f^{-1}(\mathbb{N}) = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \in \mathbb{N}\}$$

$$f^{-1}(\mathbb{N}) = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{x}{2} \in \mathbb{N}\right\}$$

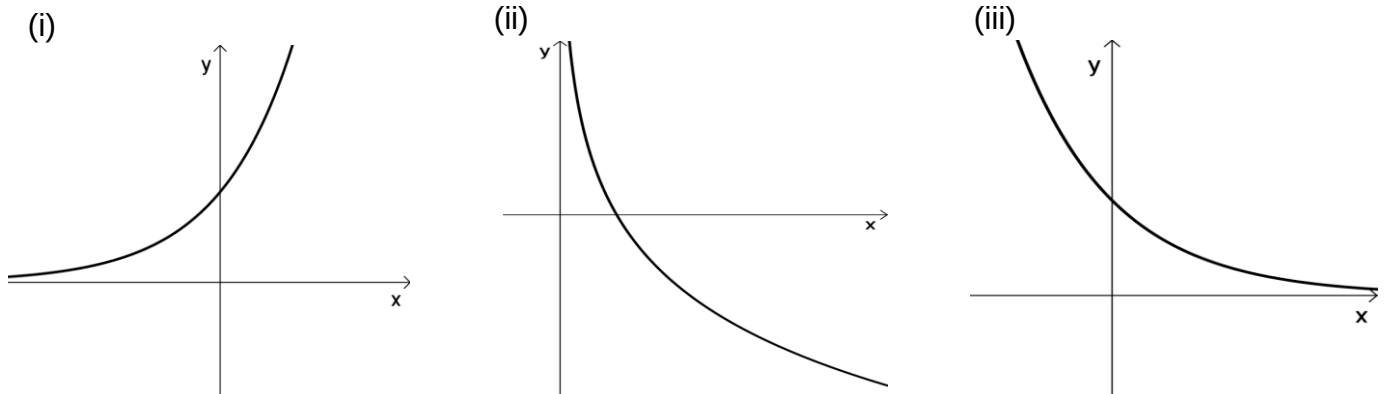
$$f^{-1}(\mathbb{N}) = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{x}{2} = k, k \in \mathbb{N}\right\}$$

$$f^{-1}(\mathbb{N}) = \{x \in \mathbb{R} \mid x = 2k, k \in \mathbb{N}\}$$

Gabarito: A

4ª Questão

Abaixo encontram-se representados gráficos de funções exponenciais e logarítmicas seguidos de algumas classificações.



- (1) Função exponencial com base maior que 1.
- (2) Função exponencial com base entre 0 e 1.
- (3) Função logarítmica com base maior que 1.
- (4) Função logarítmica com base entre 0 e 1.

As associações corretas são:

- A) i – 1, ii – 2 e iii – 4.
- B) i – 2, ii – 3 e iii – 1.
- C) i – 1, ii – 4 e iii – 2.
- D) i – 2, ii – 4 e iii – 1.
- E) i – 1, ii – 3 e iii – 2.

Solução:

Dos três gráficos apresentados, o (i) e o (iii) são representantes de funções exponenciais e o gráfico (ii) é representante de uma função logarítmica. A função representada pelo gráfico:

- (i) tem que ser uma função exponencial crescente, logo uma função exponencial de base maior que 1.
- (ii) tem que ser uma função logarítmica decrescente, logo uma função logarítmica de base entre 0 e 1.
- (iii) tem que ser uma função exponencial decrescente, logo uma função exponencial de base entre 0 e 1.

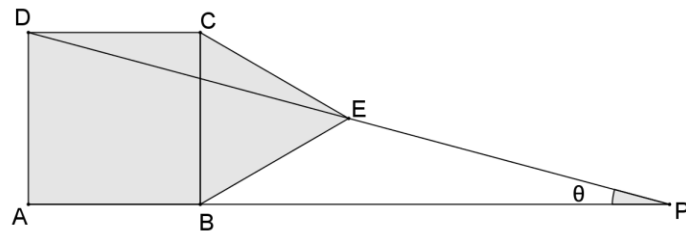
Assim, a associação correta é: i – 1, ii – 4 e iii – 2.

Gabarito: C

5ª Questão

Na figura abaixo, estão representados o quadrado ABCD, de perímetro medindo 10cm, e o triângulo equilátero BCE. Prolongam-se DE e AB até que se interceptem no ponto P, segundo um ângulo θ .

α	$\text{sen}\alpha$	$\text{cos}\alpha$	$\text{tg}\alpha$
15°	0,26	0,97	0,27
30°	0,5	0,87	0,58
45°	0,71	0,71	1
60°	0,87	0,5	1,73
75°	0,97	0,26	3,73

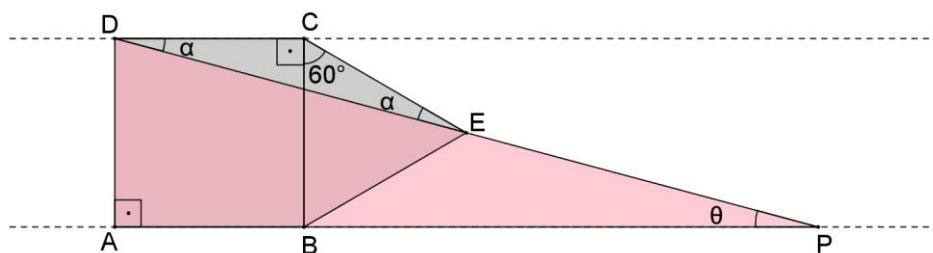


Qual a medida aproximada do segmento DP? (se necessário, use os valores da tabela acima)

- A) 37,04cm.
- B) 17,24cm.
- C) 9,61cm.
- D) 5,78cm.
- E) 2,68cm.

Solução:

Como o triângulo CBE é equilátero, segue que $CE = CB$ e, sendo ABCD um quadrado, tem-se que $DC = CB$. Portanto $CE = DC$ e o triângulo DCE é isósceles.



Assim é possível determinar as medidas dos ângulos internos do triângulo DCE: $2\alpha + 90^\circ + 60^\circ = 180^\circ$, ou seja, $\alpha = 15^\circ$.

Note que os ângulos θ e α são congruentes, já que são alternos internos determinados pela transversal $\overleftrightarrow{DP}$ com as paralelas $\overleftrightarrow{DC}$ e $\overleftrightarrow{AB}$. Assim, $\theta = 15^\circ$.

Como o perímetro do quadrado ABCD é 10 cm, segue que cada um de seus lados mede 2,5 cm.

Considerando agora o triângulo retângulo DAP tem-se:

$$\text{sen } \theta = \frac{AD}{DP} \Rightarrow \text{sen } 15^\circ = \frac{2,5}{DP} \Rightarrow DP = \frac{2,5}{\text{sen } 15^\circ} \Rightarrow DP \cong \frac{2,5}{0,26} \cong 9,61 \text{ cm}.$$

Gabarito: C

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

