

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

Nome completo do aluno

Endereço completo do aluno (Rua, Av., nº)

Complemento

Bairro

Cidade

UF

CEP

Endereço eletrônico (email)

DDD

Telefone

Assinatura

DDD

Telefone (outro)

Parabéns pelo seu desempenho na 1ª Fase da OBMEP. É com grande satisfação que contamos agora com sua participação na 2ª Fase. Desejamos que você faça uma boa prova e que ela seja um estímulo para aumentar seu gosto e sua alegria em estudar Matemática.

Um abraço da Equipe da OBMEP!

Preencha
e confira
os dados
acima com
muita atenção!

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao fiscal imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões.
8. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
9. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta.
10. Não é permitido comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador.
11. Não escreva nos espaços sombreados.

“A palavra é o meu domínio sobre o mundo.”

Clarice Lispector

Homenagem da OBMEP à grande escritora Clarice Lispector.

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional
	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional

1. Uma calculadora diferente tem apenas as teclas numéricas de 0 a 9 e duas teclas especiais **A** e **B**. Quando a tecla **A** é apertada, o número que aparece no visor é elevado ao quadrado; quando a tecla **B** é apertada, soma-se 3 ao número que aparece no visor. Nessa calculadora é possível obter 22 a partir do 1 apertando as teclas **A** e **B** na ordem **BABB**, como ilustrado abaixo:

$$1 \xrightarrow{B} 4 \xrightarrow{A} 16 \xrightarrow{B} 19 \xrightarrow{B} 22$$



a) Com o 3 no visor, qual é o número que vai aparecer apertando as teclas **A** e **B** na ordem **BBAB**?

Correção Regional

Correção Nacional

b) Mostre como obter 55 a partir do 1 usando as teclas **A** e **B**.

Correção Regional

Correção Nacional

c) Explique por que não é possível obter 54 a partir do 2 usando as teclas **A** e **B**.

Correção Regional

Correção Nacional

TOTAL

Correção Regional

Correção Nacional

2. Gabriel desenha quadrados divididos em nove casas e escreve os números naturais de 1 a 9, um em cada casa. Em seguida, ele calcula a soma dos números de cada linha e de cada coluna. A figura mostra um dos quadrados do Gabriel; observe que a soma dos números da terceira linha é $5 + 8 + 2 = 15$ e a soma dos números da segunda coluna é $9 + 7 + 8 = 24$. Nesse exemplo, as seis somas são 6, 12, 15, 15, 18 e 24.

6	9	3	18
4	7	1	12
5	8	2	15
15	24	6	

a) Gabriel preencheu um quadrado e fez apenas cinco somas: 9, 13, 14, 17 e 18. Qual é a soma que está faltando?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Explique por que não é possível que, em um quadrado do Gabriel, todas as somas sejam números pares.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

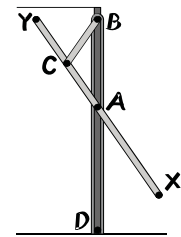
c) Preencha o quadrado de modo que as somas sejam 7, 13, 14, 16, 18 e 22.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

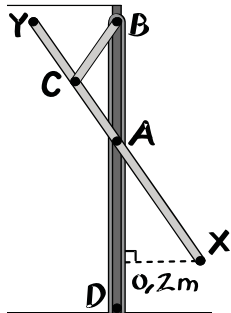
TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

3. A figura ilustra o funcionamento de uma porta de garagem, representada pelo segmento XY . Ao mover o ponto X , o ponto A desliza por um trilho vertical, representado pelo segmento BD . Algumas das medidas na figura são $AC = BC = CY = 0,5$ m e $AX = 1$ m.



a) Na figura abaixo, o ponto X está a $0,2$ m do trilho BD . Qual é a distância de C ao trilho?

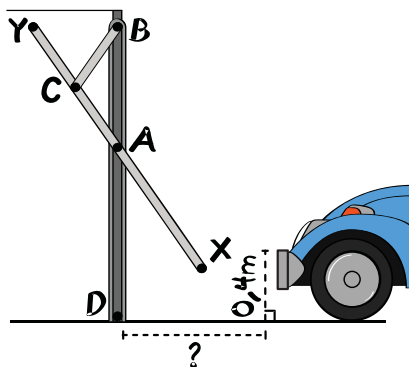


Correção Regional	Correção Nacional

b) Mostre que a altura do ponto Y com relação ao chão não se altera com o movimento da porta.

Correção Regional	Correção Nacional

c) Se o para-choque de um carro tem altura de $0,4$ m, como na figura, qual deve ser a distância mínima entre o trilho e o para-choque para que ele não seja atingido ao abrir a porta?

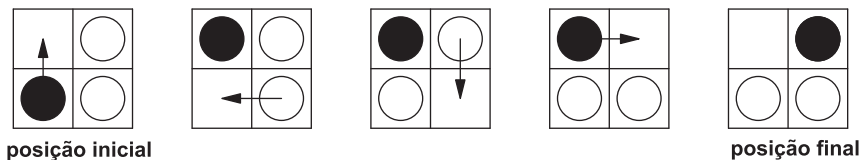


Correção Regional	Correção Nacional

TOTAL

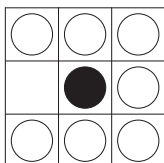
Correção Regional	Correção Nacional

4. No jogo *Arrasta Um* usa-se um tabuleiro quadriculado e peças redondas, uma preta e as outras brancas. Coloca-se uma peça em cada casa do tabuleiro, exceto em uma que é deixada vazia. Um *movimento* consiste em deslocar para a casa vazia a peça de uma casa adjacente. O jogo termina quando a peça preta chega ao canto superior direito do tabuleiro. Veja um exemplo de como terminar o *Arrasta Um* em quatro movimentos em um tabuleiro 2×2 .



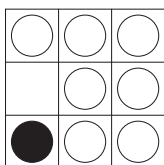
Esta sequência de movimentos pode ser descrita por $(\uparrow, \leftarrow, \downarrow, \rightarrow)$.

a) Descreva como terminar o *Arrasta Um* em seis movimentos no tabuleiro 3×3 abaixo.



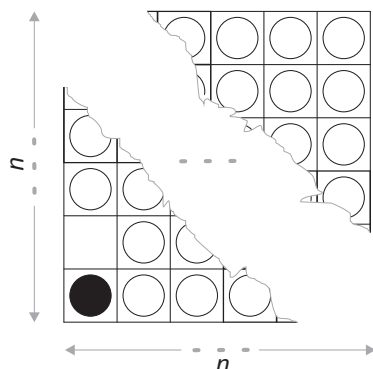
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Descreva como terminar o *Arrasta Um* em dez movimentos no tabuleiro 3×3 abaixo.



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Mostre que em um tabuleiro $n \times n$, como na figura, é possível terminar o *Arrasta Um* em $6n - 8$ movimentos.



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

5. André, Bianca, Carlos e Dalva querem sortear um livro entre eles. Para isso, colocaram três bolas brancas e uma preta em uma caixa e combinaram que, em ordem alfabética de seus nomes, cada um tiraria uma bola, sem devolvê-la à caixa. Aquele que tirasse a bola preta ganharia o livro.



a) Qual é a probabilidade de André ganhar o livro?

Correção
RegionalCorreção
Nacional

b) Qual é a probabilidade de Dalva ganhar o livro?

Correção
RegionalCorreção
Nacional

Para sortear outro livro, André sugeriu usar duas bolas pretas e seis brancas. Como antes, o primeiro que tirasse uma bola preta ganharia o livro; se as primeiras quatro bolas fossem brancas, eles continuariam a retirar bolas, na mesma ordem. Nesse novo sorteio:

c) Qual é a probabilidade de André ganhar o livro?

Correção
RegionalCorreção
Nacional

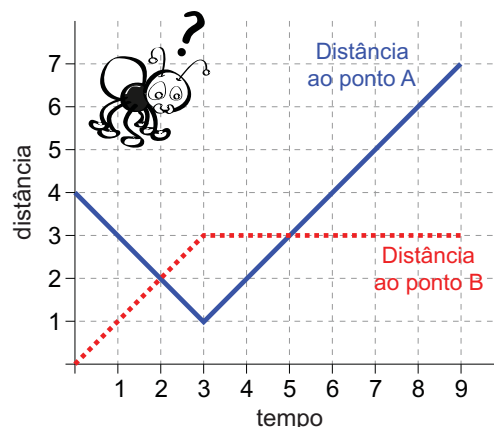
d) Qual é a probabilidade de Dalva ganhar o livro?

Correção
RegionalCorreção
Nacional

TOTAL

Correção
RegionalCorreção
Nacional

6. Uma formiguinha fez um passeio em um plano que contém dois pontos fixos **A** e **B**. O gráfico em linha cheia representa a distância da formiga ao ponto **A**, em função do tempo, entre os instantes $t=0$ e $t=9$; o gráfico em linha tracejada dá a mesma informação com relação ao ponto **B**. Por exemplo, no instante $t=7$ a distância da formiga ao ponto **A** era 5 e ao ponto **B** era 3.



a) Em que instantes a formiguinha se encontrava à mesma distância de **A** e de **B**?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Qual é a distância entre **A** e **B**?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Entre que instantes a formiguinha estava sobre a reta que passa por **A** e **B**?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

d) Qual foi o comprimento do trajeto percorrido pela formiguinha entre os instantes $t=0$ e $t=9$?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

RASCUNHO

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

