

Resolução das Questões Objetivas

Questão 11:

Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \mu x^2 + 10x + 5$, onde $\mu \neq 0$. Temos que $f(x) > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$, se e somente se,

i) $\mu > 0$;

ii) A equação $\mu x^2 + 10x + 5 = 0$ não possui solução real.

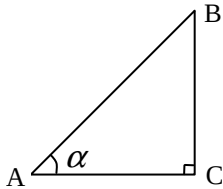
Para que ii) ocorra, devemos ter:

$$\Delta = (10)^2 - 4 \cdot \mu \cdot 5 < 0, \text{ ou seja, } 100 < 20\mu, \text{ implicando } \mu > 5.$$

Portanto $f(x) > 0$ se, e somente, $\mu \in]5, +\infty[$.

RESPOSTA: B

Questão 12:



Sabemos pela relação fundamental trigonométrica que

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1.$$

Como $\sin(\alpha) = \frac{1}{3}$, segue que $\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \cos^2(\alpha) = 1$, ou seja,

$$\cos^2(\alpha) = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}. \text{ Logo, } \cos(\alpha) = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

Do triângulo ABC retângulo em C , temos $\cos(\alpha) = \frac{AC}{AB}$. Como $AC = 1$, segue que

$$\frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{1}{AB}. \text{ Portanto, } AB = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}.$$

RESPOSTA: D

Questão 13:

Denotaremos Gr o grau do polinômio correspondente.

Se $Gr(A(x)) > Gr(B(x))$, então $Gr(S(x)) = Gr(A(x))$ e $Gr(D(x)) = Gr(A(x))$. Logo,

$$Gr(S(x)) = Gr(A(x)) = Gr(D(x)),$$

contrariando as condições do enunciado.

Se $Gr(B(x)) > Gr(A(x))$, então $Gr(S(x)) = Gr(B(x))$ e $Gr(D(x)) = Gr(B(x))$. Logo,

$$Gr(S(x)) = Gr(B(x)) = Gr(D(x)),$$

contrariando novamente as condições do enunciado.

Portanto, conclui-se que $Gr(A(x)) = Gr(B(x)) \geq Gr(S(x)) = 8$ (é possível mostrar que $Gr(A(x)) = Gr(B(x)) = 8$).

- a) Incorreta, pois $Gr(W(x)) = Gr(D(x)) = 5$.
- b) Correta.
- c) Incorreta, pois $Gr(C(x)) \geq 16$.
- d) Incorreta, pois $Gr(A(x)) \geq 8$.
- e) Incorreta, pois $Gr(B(x)) \geq 8$.

RESPOSTA: B

Questão 14:

Para cada $n \in \mathbb{N}$, considere o intervalo $I_n = \left[-\frac{1}{32}, b_n\right]$, onde $b_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}$. Note que b_n é a soma dos n primeiros termos de uma progressão geométrica com primeiro termo $a_1 = 1$ e razão $r = \frac{1}{2}$. Sabemos que a soma dos n primeiros termos de uma progressão geométrica, com primeiro termo a_1 e razão r , é dada por $a_1 \frac{(1-r^n)}{1-r}$. Logo,

$$b_n = 1 \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1 - \frac{1}{2^n}}{\frac{1}{2}} = 2 \left(1 - \frac{1}{2^n}\right) = 2 - \frac{1}{2^{n-1}}.$$

Queremos encontrar o valor de n para o qual $l(I_n) = 2$, ou seja,

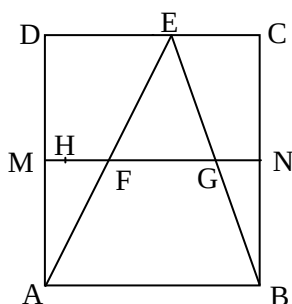
$$2 = l(I_n) = b_n - \left(-\frac{1}{32}\right) = 2 - \frac{1}{2^{n-1}} + \frac{1}{32}.$$

$$\text{Assim } \frac{1}{2^{n-1}} = \frac{1}{32} \Rightarrow 2^{n-1} = 32 = 2^5 \Rightarrow n-1 = 5.$$

Portanto, $n = 6$.

RESPOSTA: C

Questão 15:



No retângulo $ABCD$, M e N são os pontos médios dos segmentos AD e BC . Logo os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{MN}$ e $\overline{DC}$ são paralelos. Pelo teorema de Tales:

$$\frac{1}{2} = \frac{CN}{CB} = \frac{EG}{EB} \Rightarrow EB = 2EG. \quad (I)$$

Como os triângulos AEB e FEG são semelhantes, por (I) temos que $AB = 2FG$.

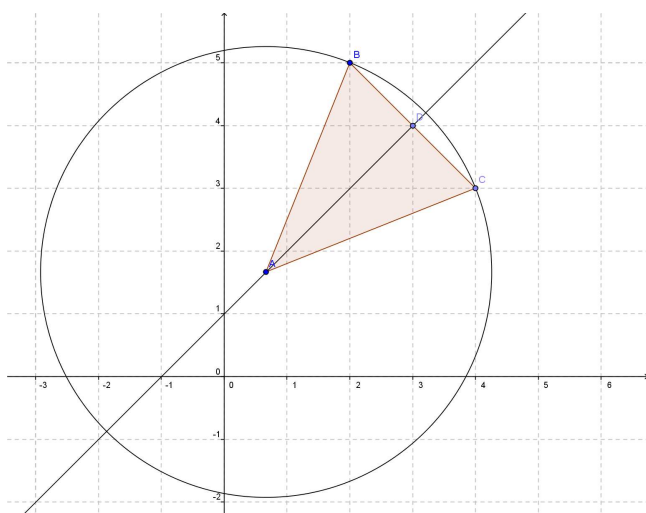
Note que, a medida da altura do triângulo ABH de base $\overline{AB}$ é igual a medida da altura do triângulo FGE de base $\overline{FG}$, cujo valor é NC . Assim a área do triângulo ABH é

$$\frac{1}{2}(AB \cdot NC) = \frac{1}{2}(2FG \cdot NC) = 2\left(\frac{1}{2}FG \cdot NC\right).$$

Portanto, a área do triângulo ABH mede o dobro da área do triângulo EFG , ou seja, 10cm^2 .

RESPOSTA: C

Questão 16:



Como B e C pertencem à circunferência de centro A e de raio $\overline{AB}$, a reta r que passa pelo ponto A e que divide o ângulo $B\hat{A}C$ ao meio passa pelo ponto médio do segmento $\overline{BC}$. Esse ponto é $D\left(\frac{2+4}{2}, \frac{5+3}{2}\right) = D(3, 4)$.

Assim, a inclinação desta reta r é:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4 - \frac{5}{3}}{3 - \frac{2}{3}} = 1.$$

Portanto, $r: y = x + b$, para algum $b \in \mathbb{R}$. Substituindo o ponto $D(3, 4)$ na reta r , obtemos:

$$4 = 3 + b \Rightarrow b = 1.$$

Então, esta reta é dada por: $r: y = x + 1$. Substituindo $x = 0$, obtemos a ordenada do ponto em que a reta r intersecta o eixo y cujo valor é 1.

RESPOSTA: E

Questão 17:

- a) Incorreta. Contra-exemplo: $\log_{10} 1 = 0$, enquanto que $1^0 \neq 10$.
- b) Incorreta. Contra-exemplo: $\log_{10}(1+9) = 1$, enquanto que $(\log_{10} 1) \cdot (\log_{10} 9) = 0$.
- c) Incorreta. Contra-exemplo: $\log_{10}\left(\frac{10}{10}\right) = 0$, enquanto que $\frac{\log_{10} 10}{\log_{10} 10} = 1$.
- d) Correta, pois (pelas propriedades de logaritmo)
- $$\log_c\left(\frac{1}{a}\right) = \log_c(a)^{-1} = (-1)\log_c a = -\log_c a.$$
- e) Incorreta. Contra-exemplo: $\log_2(8-4) = 2$, enquanto que
- $$\log_2 8 - \log_2 4 = 3 - 2 = 1.$$

RESPOSTA: D

Questão 18:

Chamemos de p o valor do ingresso vendido para a pista antes do dia do show e de c o valor do ingresso vendido para o camarote antes do dia do show. Como, antes do dia do show, foram vendidos 300 ingressos para pista e 200 para camarote, arrecadando-se um total de R\$22.000,00, podemos escrever:

$$(I) 300p + 200c = 22.000,00.$$

Como os preços dos ingressos vendidos antes do dia do show tiveram 50% de desconto, os ingressos vendidos para a pista e camarote, respectivamente, no dia do show, foram $2p$ e $2c$. Como no dia do show foram vendidos 100 ingressos para pista e 200 para camarote, arrecadando-se um total de R\$28.000,00, podemos escrever:

$$(II) 100(2p) + 200(2c) = 28.000,00.$$

De (I) e (II) temos o sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} 300p + 200c = 22.000 \\ 100(2p) + 200(2c) = 28.000 \end{cases}$$

que é equivalente ao sistema

$$\begin{cases} 3p + 2c = 220 \\ p + 2c = 140 \end{cases}$$

Portanto $220 - 3p = 2c = 140 - p$, de onde obtemos que $p = 40$.

RESPOSTA: A

Questão 19:

No conjunto $\left\{-1, 1, \sqrt{2}, 0, \frac{3}{2}, 5, \sqrt{4}, \frac{5}{4}, \sqrt{3}, \frac{7}{3}\right\}$, os únicos números irracionais gravados nas bolas são $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$, enquanto que os demais são números racionais (note que $\sqrt{4} = 2$). A probabilidade $P(\text{racional})$ de se retirar desta urna, ao acaso, uma bola em que está gravado um número racional é:

$$P = \frac{(\text{quantidade de elementos racionais})}{(\text{quantidade total de elementos})} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}.$$

RESPOSTA: E

Questão 20:

Considere as motocicletas 1, 2 e 3, em que m_1, m_2 e m_3 são, respectivamente, os lugares ocupados pelos pilotos das motocicletas 1, 2 e 3. Considere também c_1, c_2 e c_3 os lugares ocupados pelos caronas das motocicletas 1, 2 e 3, respectivamente.

m_1 c_1 Motocicleta 1

--	--

m_2 c_2 Motocicleta 2

--	--

m_3 c_3 Motocicleta 3

--	--

De acordo com as condições do problema, temos que existem 4 possibilidades de escolha para m_1 , 3 possibilidades de escolha para m_2 e 2 possibilidades de escolha para m_3 . Para cada escolha dos pilotos (para as três motocicletas), existem 3 possibilidades de escolha para c_1 , 2 possibilidades de escolha para c_2 e 1 possibilidade de escolha para c_3 . Pelo princípio multiplicativo, temos que o número de maneiras distintas que esses amigos podem se dispor nas motocicletas para realizar a viagem é:

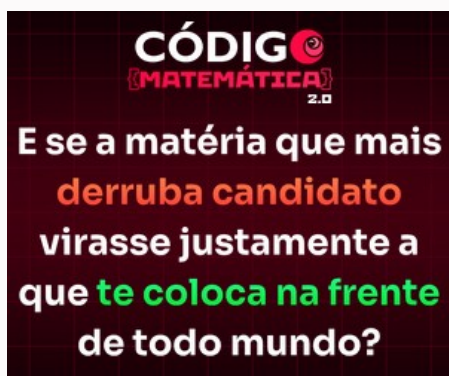
$$4 \times 3 \times 2 \times 3 \times 2 \times 1 = 144.$$

RESPOSTA: D

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

