

BERNOULLI COLÉGIO E PRÉ-VESTIBULAR



http://www.colegiobernoulli.com.br/bernoulli_resolve/

Matemática – Questão 01

Ana herdou de seu bisavô três relógios de parede, que funcionam a corda. A corda de um deles dura 40 horas; a de outro, 32 horas; e a do terceiro, 42 horas. Cada um toca um pequeno sino quando sua corda acaba.

Ana dá corda em cada um dos relógios, pela primeira vez, em 15 de julho, às 15 horas. A partir de então, cada vez que o sino de um relógio toca, imediatamente Ana dá corda nele.

Com base na data e hora em que Ana dá a primeira corda nos relógios,

1. **DETERMINE** quantas horas depois os sinos dos três relógios vão tocar, simultaneamente, pela primeira vez.
2. **DETERMINE** o dia, o mês e a hora em que dois dos relógios vão tocar, simultaneamente, pela primeira vez.

RESOLUÇÃO:

1. Seja T o tempo em que os três relógios vão tocar simultaneamente; então, T é múltiplo comum de 40 h, 32 h e 42 h, mas como queremos a 1ª vez, temos que T é o mínimo múltiplo comum de 40, 32 e 42, ou seja, $T = \text{MMC}(40, 32, 42)$. Sabemos que $40 = 2^3 \cdot 5$, $32 = 2^5$ e $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$, então

$$T = 2^5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \Rightarrow T = 3\,360 \text{ horas}$$

2. Denotando por A, B e C os relógios que tocam o sino após 42 h, 32 h e 40 h, respectivamente, teremos:

1º caso: Relógio A e B juntos

$$t = \text{MMC}(40, 32) = 160 \text{ horas} = 6 \text{ dias} + 16 \text{ h}$$

Portanto, tocarão juntos dia: 22 de julho às 7 h da manhã.

2º caso: Relógios A e C juntos

$$t = \text{MMC}(40, 42) = 840 \text{ horas} > 160 \text{ horas.}$$

3º caso: Relógios B e C juntos

$$t = \text{MMC}(32, 42) = 3\,360 \text{ horas} > 160 \text{ horas.}$$

Matemática – Questão 02

No início de cada ano escolar, a Livraria Futura compra e vende livros didáticos usados. Para tanto, cada livro usado é comprado por $\frac{1}{4}$ do valor de capa do mesmo livro novo e vendido por $\frac{1}{3}$ do valor do livro novo.

1. **DETERMINE** o lucro obtido pela Livraria Futura nesse processo de compra e venda de um livro usado de Matemática do 6º ano, que, novo, custa R\$ 90,00.
2. Considerando esse processo de compra e venda de um livro usado qualquer, **DETERMINE** o lucro percentual, referente ao preço do mesmo livro, novo, obtido pela Livraria Futura.
3. Se quiser passar a lucrar 10% do valor de um livro novo, então, a Livraria Futura deve substituir a fração $\frac{1}{4}$ por um número a . **DETERMINE** o valor de a .

RESOLUÇÃO:

1.

$$\begin{cases} \text{Preço de compra: } P_c = \frac{90}{4} = 22,50 \\ \text{Preço de venda: } P_v = \frac{90}{3} = 30,00 \\ \text{Lucro: } L = P_v - P_c = 30,00 - 22,50 \Rightarrow L = \text{R\$ } 7,50 \end{cases}$$

2.

$$\begin{cases} \text{Preço do livro novo: } P \\ \text{Preço de compra: } \frac{P}{4} \\ \text{Preço de venda: } \frac{P}{3} \end{cases}$$

$$\text{Lucro percentual} = \frac{\frac{P}{3} - \frac{P}{4}}{P} = \frac{\frac{P}{12}}{P} = \frac{12}{100}$$

$$\text{Lucro percentual} = 8,33\%$$

3. Seja P o preço do livro novo. Como o lucro é igual à venda menos o custo, temos que o lucro é $\frac{P}{3} - aP$, mas queremos que o lucro seja $\frac{10P}{100}$, então teremos:

$$\frac{P}{3} - aP = \frac{10P}{100} \Rightarrow \frac{1}{3} - a = \frac{1}{10} \Rightarrow a = \frac{7}{30}$$

Matemática – Questão 03

Iraci possui vários litros de uma solução de álcool hidratado a 91%, isto é, formada por 91 partes de álcool puro e 9 partes de água pura.

Com base nessas informações, e desconsiderando a contração de volume da mistura de álcool e água,

1. **DETERMINE** quanto de água é preciso adicionar a um litro da solução, para que a mistura resultante constitua uma solução de álcool hidratado a 70%.
2. **DETERMINE** quanto da solução de Iraci e quanto de água pura devem ser misturadas, para se obter um litro de solução de álcool hidratado a 70%.

RESOLUÇÃO:

1. Em 1 litro de solução, temos $\frac{91}{100}$ de álcool e $\frac{9}{100}$ de água pura.

Adicionando x de água, temos uma solução com $x + 1$ litros, em que $\frac{91}{100}$ é de álcool hidratado. Portanto, temos:

$$\frac{91}{100} = \frac{70}{100} \cdot (x + 1) \Rightarrow 1,3 = x + 1 \Rightarrow \boxed{x = 0,3 \ell}$$

2. Sejam x a quantidade de água pura adicionada e y a quantidade da solução de Iraci adicionada, então $\frac{91}{100}y$ é de álcool hidratado e $\frac{9}{100}y$ é de água pura. Portanto, como devemos obter 1 litro de solução de álcool hidratado a 70%, temos:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ \frac{91}{100}y = \frac{70}{100} \cdot (x + y) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 1 \\ y = \frac{10}{13} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{13} \ell \\ y = \frac{10}{13} \ell \end{cases}$$

Matemática – Questão 04

Há várias regras para se determinar, com base na dose recomendada para adultos, a dose de um medicamento a ser ministrada a crianças.

Analise estas duas fórmulas:

Regra de Young: $c = \frac{x}{x+12} a$

Regra de Cowling: $c = \frac{x+1}{24} a$,

em que:

- x é a idade da criança, **em anos**;
- a é a dose do medicamento, **em cm^3** , para adultos; e
- c é a dose do medicamento, **em cm^3** , para crianças.

Considerando essas informações,

1. **DETERMINE** os valores de x para os quais as duas regras levam a doses iguais para crianças.
2. Sabendo que as duas regras são aplicadas no cálculo de doses para crianças entre 2 e 13 anos de idade, **DETERMINE** os valores de x para os quais a regra de Young leva a uma dose maior que a regra de Cowling.
3. Considerado o intervalo de 2 a 13 anos de idade, a diferença entre os valores dados por essas duas regras é máxima quando a criança tem, aproximadamente, 5 anos de idade. **DETERMINE** a porcentagem da dosagem **menor** em relação à dosagem **maior** para a idade de 5 anos.

RESOLUÇÃO:

1. Temos que:

$$\frac{x}{x+12} \cdot a = \frac{x+1}{24} \cdot a \quad (a > 0)$$

$$x^2 + x + 12x + 12 = 24x$$

$$x^2 - 11x + 12 = 0$$

$$\Delta = 121 - 48 = 73 \Rightarrow x = \frac{11 \pm \sqrt{73}}{2} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x_1 \cong 9,8 \text{ anos} \\ x_2 \cong 1,2 \text{ anos} \end{cases}$$

2. Temos que:

$$\frac{x}{x+12} \cdot a > \frac{x+1}{24} \cdot a$$

$$(a > 0)$$

$$(x > 0)$$

$$\Rightarrow x^2 - 11x + 12 < 0$$



Sabendo que $2 \leq x \leq 13$, temos que:

$$2 \leq x < 9,8 \text{ anos}$$

3. Temos que:

$$C_y = \frac{5}{5+12} a = \frac{5}{17} a$$

$$C_c = \frac{5+1}{24} a = \frac{1}{4} a$$

Como $C_c < C_y$, temos que:

$$\frac{C_c}{C_y} = \frac{\frac{1}{4} a}{\frac{5}{17} a} = \frac{17}{20} \times \left(\frac{5}{5}\right) = \frac{85}{100} = \boxed{85\%}$$

Matemática – Questão 05

Considere três caixas: a primeira contém duas moedas douradas; a segunda, duas moedas prateadas; e a terceira, uma moeda dourada e uma prateada.

1. Escolhe-se, aleatoriamente, uma das três caixas e, dela, se retira **uma** moeda, também ao acaso.
DETERMINE a probabilidade de essa moeda ser **dourada**.
2. Escolhe-se, aleatoriamente, uma das três caixas e, dela, se retiram as **duas** moedas.
DETERMINE a probabilidade de essas duas moedas serem **douradas**.
3. Escolhe-se, aleatoriamente, uma das três caixas e, dela, se retira **uma** moeda, também ao acaso. Suponha que a moeda retirada seja dourada.
DETERMINE a probabilidade de a outra moeda da **mesma** caixa ser, também, **dourada**.

RESOLUÇÃO:

1. Vamos chamar essa probabilidade de P . Então temos:

$$P = P\left(\begin{array}{c} \text{dourada} \\ \text{na 1ª caixa} \end{array}\right) + P\left(\begin{array}{c} \text{dourada} \\ \text{na 2ª caixa} \end{array}\right) + P\left(\begin{array}{c} \text{dourada} \\ \text{na 3ª caixa} \end{array}\right);$$

Como a probabilidade de escolher uma caixa é $\frac{1}{3}$, temos:

$$P = \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 0 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{P = \frac{1}{2}}$$

2. A probabilidade de as duas moedas retiradas serem douradas é igual à probabilidade de ser escolhida a 1ª caixa. Chamaremos essa probabilidade de P_D . Então $\boxed{P_D = \frac{1}{3}}$.

3. Queremos a probabilidade de a 2ª moeda ser dourada já que a 1ª foi dourada, o que denotaremos por $P(2^\text{a} \text{ dourada} / 1^\text{a} \text{ dourada}) = P$; portanto, temos uma probabilidade condicional. Logo:

$$P = \frac{P(1^\text{a} \text{ e } 2^\text{a} \text{ serem douradas})}{P(1^\text{a} \text{ dourada})}$$

$$P = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} \Rightarrow \boxed{P = \frac{2}{3}}$$

Matemática – Questão 06

João comprou um balde em forma de um cilindro circular reto, cujo diâmetro da base D , e cuja altura H medem, cada um deles, 30 cm.

Ele precisa introduzir, nesse balde, verticalmente, uma peça metálica, também em forma de um cilindro circular reto, cujo diâmetro da base d , e cuja altura l medem, respectivamente, 20 cm e 27 cm.

Suponha que o balde contém água até um nível h .

Considerando essas informações,

1. **CALCULE** o volume total do balde, em cm^3 .
2. **CALCULE** o volume total da peça metálica, em cm^3 .
3. João observou que, se a peça fosse introduzida no balde, de modo que $\frac{2}{3}$ dela ficassem fora do balde, o nível da água subiria até atingir a borda, sem transbordar.
Suponha que, em seguida, a peça foi introduzida, de modo que a metade dela ficou fora do balde.
DETERMINE o volume da água que transborda, nesse caso.

RESOLUÇÃO:

1. Seja V_B o volume total do balde. Temos que:

$$V_B = \pi \cdot 15^2 \cdot 30 = \pi \cdot 225 \cdot 30$$

$$V_B = 6\,750 \pi \text{ cm}^3$$

2. Seja V_P o volume total da peça metálica. Temos que:

$$V_P = \pi \cdot 10^2 \cdot 27 = \pi \cdot 100 \cdot 27$$

$$V_P = 2\,700 \pi \text{ cm}^3$$

3. Seja V_A o volume de água presente no balde.

Observe que o volume de água somado a um terço do volume da peça é igual ao volume do balde. Temos que:

$$V_A + \frac{1}{3} V_P = V_B$$

$$V_A + \frac{1}{3} \cdot 2\,700 \pi = 6\,750 \pi$$

$$V_A + 900 \pi = 6\,750 \pi$$

$$V_A = 5\,850 \pi \text{ cm}^3$$

O volume de água que transborda (V_T), ao introduzirmos metade da peça, é igual a:

$$V_T = V_A + \frac{1}{2} V_P - V_B$$

$$V_T = 5\,850 \pi + \frac{1}{2} \cdot 2\,700 \pi - 6\,750 \pi$$

$$V_T = 5\,850 \pi + 1\,350 \pi - 6\,750 \pi$$

$$V_T = 450 \pi \text{ cm}^3$$

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

