

VESTIBULAR 2009

ÁREA DE CIÊNCIAS EXATAS

PROVA DE CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS

CADERNO DE QUESTÕES

INSTRUÇÕES

1. PREENCHER COM SEU NOME E NÚMERO DA CARTEIRA OS ESPAÇOS INDICADOS NA CAPA DESTE CADERNO.
2. ASSINAR COM CANETA DE TINTA AZUL OU PRETA A CAPA DO SEU CADERNO DE RESPOSTAS, NO LOCAL INDICADO.
3. ESTA PROVA CONTÉM 25 QUESTÕES E TERÁ DURAÇÃO DE 4 HORAS.
4. O CANDIDATO SOMENTE PODERÁ ENTREGAR O CADERNO DE RESPOSTAS E SAIR DO PRÉDIO DEPOIS DE TRANSCORRIDAS 2 HORAS, CONTADAS A PARTIR DO INÍCIO DA PROVA.
5. AO SAIR, O CANDIDATO LEVARÁ ESTE CADERNO E O CADERNO DE QUESTÕES DA PROVA DE CONHECIMENTOS GERAIS.

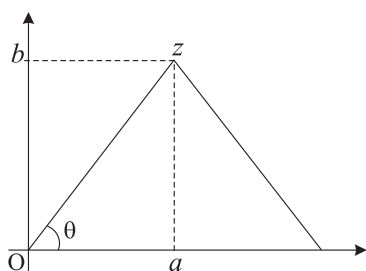
Nome do candidato

Número da carteira

MATEMÁTICA

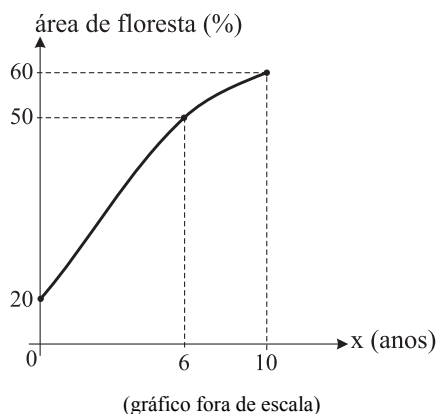
- 01.** Em uma determinada região de floresta na qual, a princípio, não havia nenhum desmatamento, registrou-se, no período de um ano, uma área desmatada de 3 km^2 , e a partir daí, durante um determinado período, a quantidade de área desmatada a cada ano cresceu em progressão geométrica de razão 2. Assim, no segundo ano a área total desmatada era de $3 + 2 \cdot 3 = 9 \text{ km}^2$. Se a área total desmatada nessa região atingiu 381 km^2 nos n anos em que ocorreram desmatamentos, determine o valor de n .

- 02.** O número complexo $z = a + bi$ é vértice de um triângulo equilátero, como mostra a figura.



Sabendo que a área desse triângulo é igual a $36\sqrt{3}$, determine z^2 .

- 03.** Numa fazenda, havia 20% de área de floresta. Para aumentar essa área, o dono da fazenda decidiu iniciar um processo de reflorestamento. No planejamento do reflorestamento, foi elaborado um gráfico fornecendo a previsão da porcentagem de área de floresta na fazenda a cada ano, num período de dez anos.



Esse gráfico foi modelado pela função

$$f(x) = \frac{ax + 200}{bx + c},$$

que fornece a porcentagem de área de floresta na fazenda a cada ano x , onde a , b e c são constantes reais. Com base no gráfico, determine as constantes a , b e c e reescreva a função $f(x)$ com as constantes determinadas.

- 04.** A altura h de um balão em relação ao solo foi observada durante certo tempo e modelada pela função

$$h(t) = t^3 - 30t^2 + 243t + 24$$

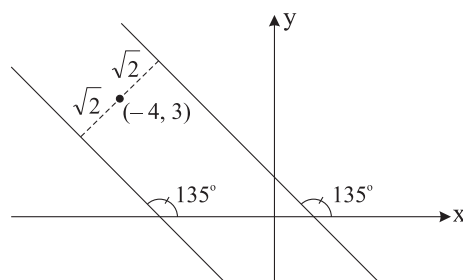
com $h(t)$ em metros e t em minutos. No instante $t = 3 \text{ min}$ o balão estava a 510 metros de altura. Determine em que outros instantes t a altura foi também de 510 m.

- 05.** Através de fotografias de satélites de uma certa região da floresta amazônica, pesquisadores fizeram um levantamento das áreas de floresta (F), de terra exposta (T) e de água (A) desta região, nos anos de 2004 e de 2006. Com base nos dados levantados, os pesquisadores elaboraram a seguinte matriz de probabilidades:

		Para		
		F	T	A
De	F	$\frac{95}{100}$	$\frac{4}{100}$	$\frac{1}{100}$
	T	$\frac{2}{100}$	$\frac{95}{100}$	$\frac{3}{100}$
	A	$\frac{1}{100}$	$\frac{3}{100}$	$\frac{96}{100}$

Por exemplo, a probabilidade de uma área de água no ano de 2004 ser convertida em área de terra exposta no ano de 2006 era de $\frac{3}{100}$. Supondo que a matriz de probabilidades se manteve a mesma do ano de 2006 para o ano de 2008, determine a probabilidade de uma área de floresta em 2004 ser convertida em uma área de terra exposta em 2008.

- 06.** Determine as equações das retas que formam um ângulo de 135° com o eixo dos x e estão à distância $\sqrt{2}$ do ponto $(-4, 3)$.



07. As estradas (oficiais e não oficiais) na Amazônia têm um importante papel na evolução do desmatamento: análises mostram que o risco de desmatamento aumenta nas áreas mais próximas às estradas. A função

$$P(d) = \frac{3^{-1,3d+3,5}}{1 + 3^{-1,3d+3,5}}$$

fornece, aproximadamente, a probabilidade de desmatamento de uma área na Amazônia em função da distância d da estrada, em quilômetros (INPE, *Anais do XIII Simpósio de Sensoriamento Remoto*, 2007 – modificada).

Com base nessa função, determine para qual distância d a probabilidade de desmatamento é igual a 0,8.

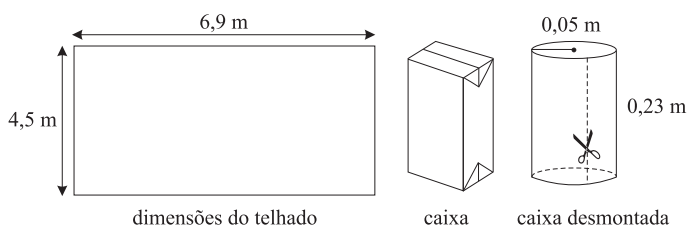
Use a aproximação $\log_3 2 = 0,6$.

08. Em uma pequena cidade, um matemático modelou a quantidade de lixo doméstico total (orgânico e reciclável) produzida pela população, mês a mês, durante um ano, através da função

$$f(x) = 200 + (x + 50) \cos \left(\frac{\pi}{3} x - \frac{4\pi}{3} \right),$$

onde $f(x)$ indica a quantidade de lixo, em toneladas, produzida na cidade no mês x , com $1 \leq x \leq 12$, x inteiro positivo. Sabendo que $f(x)$, nesse período, atinge seu valor máximo em um dos valores de x no qual a função $\cos \left(\frac{\pi}{3} x - \frac{4\pi}{3} \right)$ atinge seu máximo, determine o mês x para o qual a produção de lixo foi máxima e quantas toneladas de lixo foram produzidas pela população nesse mês.

09. Por ter uma face aluminizada, a embalagem de leite “longa vida” mostrou-se conveniente para ser utilizada como manta para subcoberturas de telhados, com a vantagem de ser uma solução ecológica que pode contribuir para que esse material não seja jogado no lixo. Com a manta, que funciona como isolante térmico, refletindo o calor do sol para cima, a casa fica mais confortável. Determine quantas caixinhas precisamos para fazer uma manta (sem sobreposição) para uma casa que tem um telhado retangular com 6,9 m de comprimento e 4,5 m de largura, sabendo-se que a caixinha, ao ser desmontada (e ter o fundo e o topo abertos), toma a forma aproximada de um cilindro oco de 0,23 m de altura e 0,05 m de raio, de modo que, ao ser cortado acompanhando sua altura, obtemos um retângulo. Nos cálculos, use o valor aproximado $\pi = 3$.



10. Na periferia de uma determinada cidade brasileira, há uma montanha de lixo urbano acumulado, que tem a forma aproximada de uma pirâmide regular de 12 m de altura, cuja base é um quadrado de lado 100 m. Considere os dados, apresentados em porcentagem na tabela, sobre a composição dos resíduos sólidos urbanos no Brasil e no México.

País	ORGÂNICO (%)	METAIS (%)	PLÁSTICOS (%)	PAPELÃO/PAPEL (%)	VIDRO (%)	OUTROS (%)
BRASIL	55	2	3	25	2	13
MÉXICO	42,6	3,8	6,6	16,0	7,4	23,6

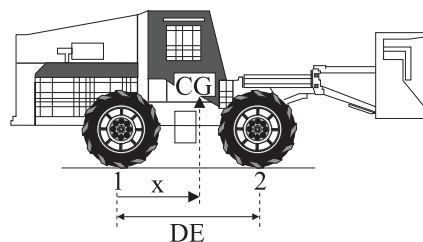
(Cempre/Tetra Pak Américas/EPA 2002.)

Supondo que o lixo na pirâmide esteja compactado, determine o volume aproximado de plásticos e vidros existente na pirâmide de lixo brasileira e quantos metros cúbicos a mais desses dois materiais juntos existiriam nessa mesma pirâmide, caso ela estivesse em território mexicano.

FÍSICA

11. Desde maio de 2008 o IBAMA recebe imagens do ALOS (satélite de observação avançada da Terra) para monitorar o desmatamento na floresta Amazônica. O ALOS é um satélite japonês que descreve uma órbita circular a aproximadamente 700 km de altitude. São dados o raio e a massa da Terra, $r_T = 6\,400$ km e $M = 6,0 \cdot 10^{24}$ kg, respectivamente, e a constante gravitacional, $G = 6,7 \cdot 10^{-11}$ N·m²/kg². Determine o módulo da aceleração da gravidade terrestre, em m/s², na altitude em que esse satélite se encontra.

12. A figura mostra, em corte, um trator florestal “derrubador-amontoador” de massa 13 000 kg; x é a abscissa de seu centro de gravidade (CG). A distância entre seus eixos, traseiro e dianteiro, é $DE = 2,5$ m.



(J.S.S. de Lima et al. In www.scielo.br/pdf/rarv/v28n6/23984.pdf)

Admita que 55% do peso total do trator são exercidos sobre os pontos de contato dos pneus dianteiros com o solo (2) e o restante sobre os pontos de contato dos pneus traseiros com o solo (1). Determine a abscissa x do centro de gravidade desse trator, em relação ao ponto 1.

Adote $g = 10$ m/s² e dê a resposta com dois algarismos significativos.

13. Buriti é uma palmeira alta, comum no Brasil central e no sul da planície amazônica. Um fruto do buriti – eles são pequenos e têm em média massa de 30 g – cai de uma altura de 20 m e pára, amortecido pelo solo (o buriti dá em solos fofos e úmidos). Suponha que na interação do fruto com o solo, sua velocidade se reduza até o repouso durante o tempo $\Delta t = 0,060$ s. Considerando desprezível a resistência do ar, determine o módulo da força resultante média exercida sobre o fruto durante a sua interação com o solo.

Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.

14. As figuras mostram uma versão de um experimento – imaginado pelo filósofo francês René Descartes e bastante explorado em feiras de ciências – conhecido como ludião: um tubinho de vidro fechado na parte superior e aberto na inferior, emborcado na água contida em uma garrafa PET, fechada e em repouso. O tubinho afunda e desce quando a garrafa é comprimida e sobe quando ela é solta.



Figura 1

Na figura 1, o ludião está em equilíbrio estático, com um volume aprisionado de ar de $2,1 \text{ cm}^3$, à pressão atmosférica $p_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Com a garrafa fechada e comprimida, é possível mantê-lo em equilíbrio estático dentro d'água, com um volume de ar aprisionado de $1,5 \text{ cm}^3$ (figura 2).



Figura 2

Determine a massa do tubinho e a pressão do ar contido no ludião na situação da figura 2. Despreze o volume deslocado pelas paredes do tubinho; supõe-se que a temperatura ambiente permaneça constante.

Adote, para a densidade da água, $\rho_{\text{água}} = 1,0 \text{ g/cm}^3$.

15. Em um acampamento, um grupo de estudantes coloca 0,50 L de água, à temperatura ambiente de 20°C , para ferver, em um lugar onde a pressão atmosférica é normal. Depois de 5,0 min, observam que a água começa a ferver, mas distraem-se, e só tiram a panela do fogão depois de mais 10 min, durante os quais a água continuou fervendo. Qual a potência calorífica do fogão e o volume de água contido na panela ao final desses 15 min de aquecimento?

Despreze o calor perdido para o ambiente e o calor absorvido pelo material de que é feita a panela; suponha que o fogão forneça calor com potência constante durante todo tempo.

Adote para a densidade da água: $\rho_{\text{água}} = 1,0 \text{ kg/L}$.

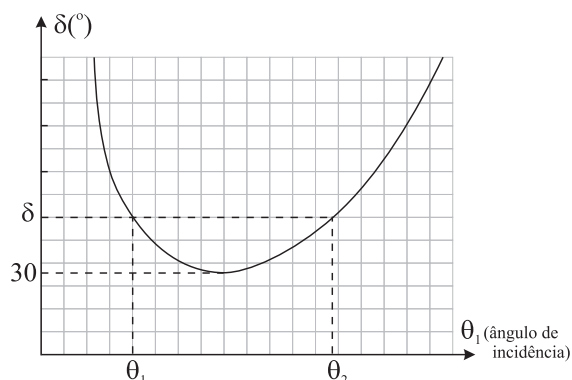
São dados:

calor específico da água: $c_{\text{água}} = 4,2 \cdot 10^3 \text{ J/(kg}\cdot^\circ\text{C)}$;

calor latente de vaporização da água: $L_{\text{água}} = 2,3 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$.

Dê a resposta com dois algarismos significativos.

16. A figura representa o gráfico do desvio (δ) sofrido por um raio de luz monocromática que atravessa um prisma de vidro imerso no ar, de ângulo de refração $A = 50^\circ$, em função do ângulo de incidência θ_1 .



É dada a relação $\delta = \theta_1 + \theta_2 - A$, em que θ_1 e θ_2 são, respectivamente, os ângulos de incidência e de emergência do raio de luz ao atravessar o prisma (pelo princípio da reversibilidade dos raios de luz, é indiferente qual desses ângulos é de incidência ou de emergência, por isso há no gráfico dois ângulos de incidência para o mesmo desvio δ).

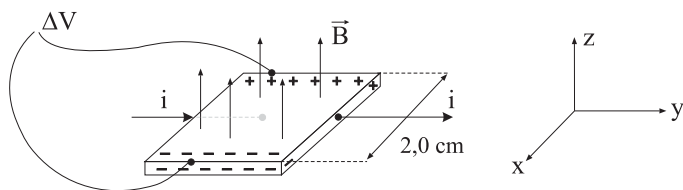
Determine os ângulos de incidência (θ_1) e de emergência (θ_2) do prisma na situação de desvio mínimo, em que $\delta_{\text{min}} = 30^\circ$.

17. O Landsat 7 é um satélite de sensoriamento remoto que orbita a 700 km da superfície da Terra. Suponha que a menor área da superfície que pode ser fotografada por esse satélite é de $30 \text{ m} \times 30 \text{ m}$, correspondente a um *pixel*, elemento unitário da imagem conjugada no sensor óptico da sua câmara fotográfica. A lente dessa câmara tem distância focal $f = 5,0 \text{ cm}$. Supondo que os *pixels* sejam quadrados, qual o comprimento dos lados de cada quadrado?

18. As constantes físicas da madeira são muito variáveis e dependem de inúmeros fatores. No caso da rigidez dielétrica (E) e da resistividade elétrica (ρ), são valores aceitáveis $E = 5,0 \cdot 10^5 \text{ V/m}$ e $\rho = 5,0 \cdot 10^4 \Omega \cdot \text{m}$, respectivamente, para madeiras com cerca de 20% de umidade.

Considere um palito de madeira de 6,0 cm de comprimento e uma tora de madeira aproximadamente cilíndrica, de 4,0 m de comprimento e área média de seção normal $S = 0,20 \text{ m}^2$. Calcule a diferença de potencial mínima necessária para que esse palito se torne condutor e a resistência elétrica dessa tora de madeira, quando percorrida por uma corrente ao longo do seu comprimento.

19. Na figura, uma placa quadrada de lado $L = 2,0 \text{ cm}$, de material condutor, é percorrida por uma corrente elétrica no sentido y crescente. Ao aplicarmos um campo magnético constante de módulo $B = 0,80 \text{ T}$, os portadores de carga em movimento, que originam a corrente de intensidade i , são deslocados provocando um acúmulo de cargas positivas na borda de trás e negativas na da frente, até que a diferença de potencial entre essas bordas se estabilize com valor $\Delta V = 4,0 \cdot 10^{-7} \text{ V}$, o que resulta em um campo elétrico uniforme na direção x , decorrente dessa separação de cargas, que compensa o efeito defletor do campo magnético. Esse fenômeno é conhecido como efeito Hall.



Determine o módulo do vetor campo elétrico $\vec{E}$, gerado na direção x , e o módulo da média das velocidades dos portadores de carga na direção y .

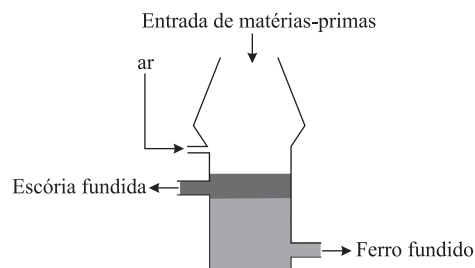
QUÍMICA

20. Nos frascos de *spray*, usavam-se como propelentes compostos orgânicos conhecidos como clorofluorocarbonos. As substâncias mais empregadas eram CClF_3 (Fréon 12) e $\text{C}_2\text{Cl}_3\text{F}_3$ (Fréon 113). Num depósito abandonado, foi encontrado um cilindro supostamente contendo um destes gases. Identifique qual é o gás, sabendo-se que o cilindro tinha um volume de 10,0 L, a massa do gás era de 85 g e a pressão era de 2,00 atm a 27°C .

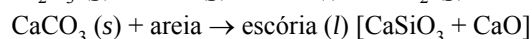
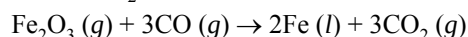
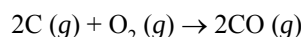
$$R = 0,082 \text{ atm} \cdot \text{L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Massas molares em $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$: H = 1, C = 12, F = 19, Cl = 35,5.

21. O Brasil possui a maior reserva do mundo de hematita (Fe_2O_3), minério do qual se extrai o ferro metálico, um importante material usado em diversos setores, principalmente na construção civil. O ferro-gusa é produzido em alto-forno conforme esquema, usando-se carvão como reagente e combustível, e o oxigênio do ar. Calcário (CaCO_3) é adicionado para remover a areia, formando silicato de cálcio.



Reações no alto-forno ($T = 1\ 600^\circ\text{C}$):



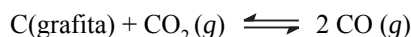
Números atômicos: C = 6, O = 8, Si = 14, Fe = 26.

Quais são as duas propriedades intensivas do ferro e da escória que permitem aplicar a técnica de separação dos componentes da mistura bifásica? Quais os tipos de ligações químicas existentes no ferro e no dióxido de carbono?

22. Uma solução foi preparada com 17,5 g de sulfato de potássio (K_2SO_4) e água suficiente para obter 500 mL de solução. Determine a concentração em $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ dos íons potássio e dos íons sulfato na solução.

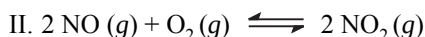
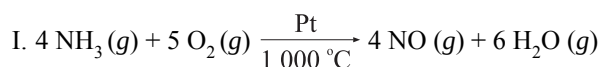
Massas molares em $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$: K = 39, S = 32, O = 16.

23. A produção de grafita artificial vem crescendo significativamente, uma vez que grafita natural de boa qualidade para uso industrial é escassa. Em atmosferas ricas em dióxido de carbono, a 1 000 °C, a grafita reage segundo a reação:



A 1 000 °C, no estado de equilíbrio, as pressões parciais de CO e CO₂ são 1,50 atm e 1,25 atm, respectivamente. Calcule o valor da constante de equilíbrio (K_p) para a reação nessa temperatura.

24. O ácido nítrico é muito utilizado na indústria química como insumo na produção de diversos produtos, dentre os quais os fertilizantes. É obtido a partir da oxidação catalítica da amônia, através das reações:



Calcule as entalpias de reação e responda se é necessário aquecer ou resfriar o sistema reacional nas etapas II e III, para aumentar a produção do ácido nítrico. Considere as reações dos óxidos de nitrogênio em condições padrões (p = 1 atm e t = 25 °C), e as entalpias de formação (ΔH_f) em kJ·mol⁻¹, apresentadas na tabela.

Substância	NO (g)	NO ₂ (g)	H ₂ O (l)	HNO ₃ (aq)
ΔH _f (kJ·mol ⁻¹)	+90,4	+33,9	-285,8	-173,2

25. A fumaça da queima da madeira contém formaldeído (metanal). O efeito destruidor do formaldeído em bactérias é uma razão pela qual defumar alimentos pode ajudar a conservá-los. O formaldeído pode ser preparado industrialmente por uma reação entre o álcool correspondente e o oxigênio molecular, a 600 °C e na presença de catalisador. Na reação, obtém-se água como subproduto. Escreva a equação balanceada da reação e identifique todos os reagentes e produtos pelos seus nomes.

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

