

# ***Vestibular Nacional Unicamp 2001***

***Provas da 2<sup>a</sup> Fase***

***Matemática***

# MATEMÁTICA

**ATENÇÃO:** Escreva a resolução **COMPLETA** de cada questão no espaço reservado para a mesma.  
Não basta escrever apenas o resultado final: é necessário mostrar os cálculos ou o raciocínio utilizado.

1. Três planos de telefonia celular são apresentados na tabela abaixo:

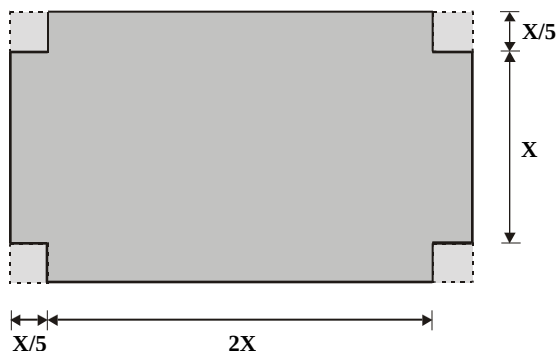
| Plano | Custo fixo mensal | Custo adicional por minuto |
|-------|-------------------|----------------------------|
| A     | R\$ 35,00         | R\$ 0,50                   |
| B     | R\$ 20,00         | R\$ 0,80                   |
| C     | 0                 | R\$ 1,20                   |

- a) Qual é o plano mais vantajoso para alguém que utilize 25 minutos por mês?  
b) A partir de quantos minutos de uso mensal o plano A é mais vantajoso que os outros dois?

2. Um fio de 48cm de comprimento é cortado em duas partes, para formar dois quadrados, de modo que a área de um deles seja quatro vezes a área do outro.

- a) Qual deve ser o comprimento de cada uma das partes do fio?  
b) Qual será a área de cada um dos quadrados formados?

3. A figura abaixo é a planificação de uma caixa sem tampa:



- a) Encontre o valor de  $x$ , em centímetros, de modo que a capacidade dessa caixa seja de 50 litros.  
b) Se o material utilizado custa R\$ 10,00 por metro quadrado, qual é o custo de uma dessas caixas de 50 litros considerando-se apenas o custo da folha retangular plana?

4. O teorema fundamental da aritmética garante que todo número natural  $n > 1$  pode ser escrito como um produto de números primos. Além disso, se  $n = p_1^{t_1} p_2^{t_2} \cdots p_r^{t_r}$ , onde  $p_1, p_2, \dots, p_r$  são números primos distintos, então o número de divisores positivos de  $n$  é  $d(n) = (t_1 + 1)(t_2 + 1) \cdots (t_r + 1)$ .

- a) Calcule  $d(168)$ , isto é, o número de divisores positivos de 168.
- b) Encontre o menor número natural que tem exatamente 15 divisores positivos.

5. Considere três circunferências em um plano, todas com o mesmo raio  $r = 2\text{cm}$  e cada uma delas com centro em um vértice de um triângulo equilátero cujo lado mede 6cm. Seja  $C$  a curva fechada de comprimento mínimo que tangencia externamente as três circunferências.

- a) Calcule a área da parte do triângulo que está fora das três circunferências.
- b) Calcule o comprimento da curva  $C$ .

6. Uma empresa deve enlatar uma mistura de amendoim, castanha de caju e castanha-do-pará. Sabe-se que o quilo de amendoim custa R\$ 5,00, o quilo da castanha de caju, R\$ 20,00 e o quilo de castanha-do-pará, R\$ 16,00. Cada lata deve conter meio quilo da mistura e o custo total dos ingredientes de cada lata deve ser de R\$ 5,75. Além disso, a quantidade de castanha de caju em cada lata deve ser igual a um terço da soma das outras duas.

- a) Escreva o sistema linear que representa a situação descrita acima.
- b) Resolva o referido sistema, determinando as quantidades, em gramas, de cada ingrediente por lata.

7. O sistema de numeração na base 10 utiliza, normalmente, os dígitos de 0 a 9 para representar os números naturais, sendo que o zero não é aceito como o primeiro algarismo da esquerda. Pergunta-se:

- a) Quantos são os números naturais de cinco algarismos formados por cinco dígitos diferentes?
- b) Escolhendo-se ao acaso um desses números do item a, qual a probabilidade de que seus cinco algarismos estejam em ordem crescente?

8. Considere, no plano  $xy$ , as retas  $y = 1$ ,  $y = 2x - 5$  e  $x - 2y + 5 = 0$ .

- a) Quais são as coordenadas dos vértices do triângulo  $ABC$  formado por essas retas?
- b) Qual é a área do triângulo  $ABC$ ?

9. As populações de duas cidades,  $A$  e  $B$ , são dadas em milhares de habitantes pelas funções  $A(t) = \log_8(1 + t)^6$  e  $B(t) = \log_2(4t + 4)$ , onde a variável  $t$  representa o tempo em anos.

- a) Qual é a população de cada uma das cidades nos instantes  $t = 1$  e  $t = 7$ ?
- b) Após certo instante  $t$ , a população de uma dessas cidades é sempre maior que a da outra. Determine o valor mínimo desse instante  $t$  e especifique a cidade cuja população é maior a partir desse instante.

10. Considere a equação trigonométrica  $\sin^2 \theta - 2 \cos^2 \theta + \frac{1}{2} \sin 2\theta = 0$ .

- a) Mostre que **não** são soluções dessa equação os valores de  $\theta$  para os quais  $\cos \theta = 0$ .
- b) Encontre todos os valores de  $\cos \theta$  que são soluções da equação.

11. Considere o polinômio  $p(x) = x^3 - 2x^2 + 5x + 26$ .

- a) Verifique se o número complexo  $2 + 3i$  é raiz desse polinômio.
- b) Prove que  $p(x) > 0$  para todo número real  $x > -2$ .

12. A base de uma pirâmide é um triângulo equilátero de lado  $L = 6\text{cm}$  e arestas laterais das faces  $A = 4\text{cm}$ .

- a) Calcule a altura da pirâmide.
- b) Qual é o raio da esfera circunscrita à pirâmide?

## Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



### Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



### Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



### Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

