

## Questão 19

Para dar R\$ 1,80 de troco a um cliente, o caixa de um supermercado pretende usar exatamente 20 moedas. Se ele dispõe apenas de moedas de 5 centavos, 10 centavos e 25 centavos, de quantos modos distintos ele pode compor tal quantia?

- a) 3      b) 4      c) 5      d) 6      e) 7

### alternativa C

Sejam  $x, y, z \in \mathbb{N}$  os totais de moedas de 5, 10 e 25 centavos que serão dadas de troco. Então, como R\$ 1,80 são 180 centavos:

$$\begin{cases} 5x + 10y + 25z = 180 \\ x + y + z = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y + 4z = 16 \\ x = 20 - y - z \end{cases}$$

Logo, considerando os possíveis valores de  $z$ , podemos ter  $(x; y; z)$  igual a  $(4; 16; 0)$ ,  $(7; 12; 1)$ ,  $(10; 8; 2)$ ,  $(13; 4; 3)$  ou  $(16; 0; 4)$ , isto é, há 5 modos distintos de compor tal quantia.

## Questão 20

Quando colocou 46,2 litros de gasolina no tanque de seu carro, Horácio observou que o ponteiro do marcador, que antes indicava estar ocupado  $\frac{1}{5}$  da capacidade do tanque, passou a indicar  $\frac{3}{4}$ . Nessas condições, é correto afirmar que a capacidade total desse tanque, em litros, é

- a) 70      b) 84      c) 90      d) 96      e) 120

### alternativa B

Seja  $x$  a capacidade total do tanque, em litros. Assim,  $\frac{3}{4}x - \frac{1}{5}x = 46,2 \Leftrightarrow x = 84$  litros.

## Questão 21

Se  $x$  e  $y$  são números reais tais que  $\log_8 2^x = y + 1$  e  $\log_3 9^y = x - 9$ , então  $x - y$  é igual a

- a) 5      b) 8      c) 10      d) 12      e) 15

### alternativa E

Temos:

$$\begin{cases} \log_8 2^x = y + 1 \\ \log_3 9^y = x - 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2^{3y+3} \\ 3^{2y} = 3^{x-9} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y + 3 \\ 2y = x - 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 21 \\ y = 6 \end{cases}$$

Assim,  $x - y = 21 - 6 = 15$ .

## Questão 22

Considere as seqüências  $(1, 4, 7, 10, \dots, 67)$  e  $(8, 12, 16, 20, \dots, 104)$ . O número de termos comuns a essas duas progressões é

- a) 5      b) 6      c) 7      d) 8      e) 9

### alternativa A

Admitindo que as seqüências dadas sejam progressões aritméticas, os termos da PA  $(1, 4, 7, 10, \dots, 67)$  são da forma  $3n + 1$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $0 \leq n \leq 22$ , e os termos da PA  $(8, 12, 16, 20, \dots, 104)$  são da forma  $4k$ ,  $k \in \mathbb{N}$ ,  $2 \leq k \leq 26$ .

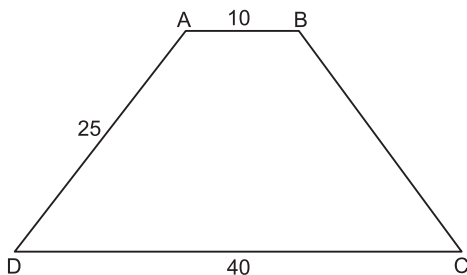
Assim, os termos comuns são tais que  $3n + 1 = 4k \Leftrightarrow n = \frac{4k - 1}{3}$ , com  $\frac{4k - 1}{3} \leq 22 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 2 \leq k \leq 16.$$

Logo  $n = \frac{4k - 1}{3} = k + \frac{k - 1}{3}$  é inteiro para  $k$  igual a 4, 7, 10, 13 ou 16, ou seja, as seqüências têm 5 termos comuns.

## Questão 23

A figura abaixo representa um terreno com a forma de um trapézio isósceles, cujas dimensões indicadas são dadas em metros.

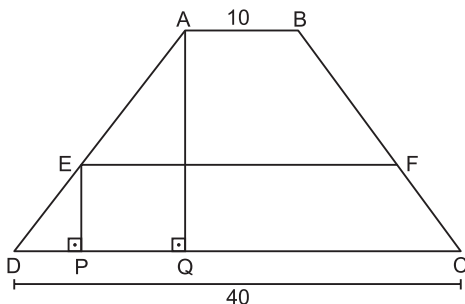


Pretende-se construir uma cerca paralela ao lado AB, de modo a dividir o terreno em duas superfícies de áreas iguais. O comprimento dessa cerca, em metros, deverá ser aproximadamente igual a

- a) 26      b) 29      c) 33      d) 35      e) 37

### alternativa B

Na figura, EF representa a cerca que se pretende construir.



Seja  $EF = x$ . Como os trapézios  $ABCD$  e  $EFCD$  são isósceles,  $DQ = \frac{40 - 10}{2} = 15$  e  $DP = \frac{40 - x}{2}$ .

Sejam  $AQ = H$  e  $EP = h$  as alturas dos trapézios  $ABCD$  e  $EFCD$ , respectivamente. Pelo caso AA, os triângulos  $EDP$  e  $ADQ$  são semelhantes. Logo

$$\frac{EP}{AQ} = \frac{DP}{DQ} \Leftrightarrow \frac{h}{H} = \frac{\frac{40 - x}{2}}{15} \Leftrightarrow \frac{h}{H} = \frac{40 - x}{30}.$$

A área de  $EFCD$  é metade da área de  $ABCD$ , isto é,  $h \cdot \left(\frac{40 + x}{2}\right) = \frac{1}{2} \cdot H \cdot \left(\frac{40 + 10}{2}\right) \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{h}{H} (40 + x) = 25 \Leftrightarrow \frac{(40 - x)}{30} \cdot (40 + x) = 25 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{850} \approx 29 \text{ m}.$$

### Questão 24

Numa visita ao zoológico, Zilá levou algumas bananas que distribuiu a três macacos. Ao primeiro, deu a metade do que levou e mais meia banana; ao segundo, a metade do restante e mais meia banana; ao terceiro, a metade do restante e mais meia banana. Se, assim, ela distribuiu todas as bananas que havia levado, quantas recebeu o segundo macaco?

- a) 8      b) 5      c) 4      d) 2      e) 1

### alternativa D

Seja  $x$  o número total de bananas, o primeiro macaco recebeu  $\frac{x}{2} + \frac{1}{2} = \frac{x+1}{2}$  bananas, o segun-

do recebeu  $\frac{x - \left(\frac{x+1}{2}\right)}{2} + \frac{1}{2} = \frac{x+1}{4}$  bana-

nas e o terceiro  $\frac{x - \left(\frac{x+1}{2}\right) - \left(\frac{x+1}{4}\right)}{2} + \frac{1}{2} = \frac{x+1}{8}$  bananas.

Assim, como ela distribuiu todas as bananas,  $x = \frac{x+1}{2} + \frac{x+1}{4} + \frac{x+1}{8} \Leftrightarrow x = 7$  e o segundo macaco recebeu  $\frac{7+1}{4} = 2$  bananas.

### Questão 25

Considere que o material usado na confecção de um certo tipo de tapete tem um custo de R\$ 40,00. O fabricante pretende colocar cada tapete à venda por  $x$  reais e, assim, conseguir vender  $(100 - x)$  tapetes por mês. Nessas condições, para que, mensalmente, seja obtido um lucro máximo, cada tapete deverá ser vendido por

- a) R\$ 55,00      b) R\$ 60,00      c) R\$ 70,00  
d) R\$ 75,00      e) R\$ 80,00

### alternativa C

O lucro obtido com cada tapete é  $x - 40$  reais. Assim, o lucro total do fabricante é  $f(x) = (100 - x)(x - 40)$  reais,  $40 \leq x \leq 100$ .

Como  $f(x)$  tem raízes 40 e 100 e concavidade para baixo o lucro máximo é obtido para  $x = \frac{40 + 100}{2} = \text{R\$ } 70,00$ .

### Questão 26

Aser, Bia, Cacá e Dedé fazem parte de um grupo de 8 pessoas que serão colocadas lado a lado para tirar uma única fotografia. Se os lugares em que eles ficarão posicionados forem aleatoriamente escolhidos, a probabilidade de que, nessa foto, Aser e Bia apareçam um ao lado do outro e Cacá e Dedé não apareçam um ao lado do outro será

- a)  $\frac{5}{28}$       b)  $\frac{3}{14}$       c)  $\frac{7}{28}$       d)  $\frac{2}{7}$       e)  $\frac{9}{28}$

**alternativa A**

Há 8! fotografias possíveis.

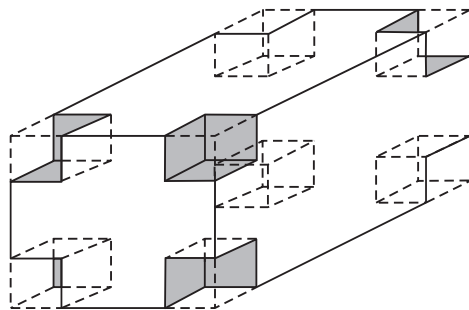
Para obter o número de fotografias nas quais Aser e Bia aparecem um ao lado do outro, consideramos tal par como uma única pessoa, ou seja, tomamos o total de permutações de 7 objetos e multiplicamos por 2!, o número de maneiras de introduzir tal par nessa permutação. Consequentemente são  $7! \cdot 2!$  fotografias com Aser e Bia juntos. Analogamente, o número de fotografias nas quais Aser e Bia aparecem juntos e Cacá e Dedé também aparecem juntos é  $6! \cdot 2! \cdot 2!$ . Assim, há  $7! \cdot 2! - 6! \cdot 2! \cdot 2!$  fotografias nas quais Aser e Bia aparecem um ao lado do outro e Cacá e Dedé não.

A probabilidade pedida é, portanto,  

$$\frac{7! \cdot 2! - 6! \cdot 2! \cdot 2!}{8!} = \frac{6! \cdot 2! \cdot (7 - 2)}{8!} = \frac{5}{28}.$$

**Questão 27**

Para obter a peça esboçada na figura abaixo, um artesão deve recortar 8 cubos iguais, a partir dos vértices de um bloco maciço de madeira que tem as seguintes dimensões: 25 cm x 18 cm x 18 cm.



Se ele pretende que o peso da peça obtida seja 6,603 kg e sabendo que a densidade da madeira é  $0,93 \text{ g/cm}^3$ , a aresta de cada cubo recortado deverá medir, em centímetros,

- a) 6,5    b) 6    c) 5,5    d) 5    e) 4,5

**alternativa D**

O bloco possui um volume de  $25 \cdot 18 \cdot 18 = 8\,100 \text{ cm}^3$ . A peça feita pelo artesão terá um volume de  $\frac{6\,603 \text{ g}}{0,93 \text{ g/cm}^3} = 7\,100 \text{ cm}^3$ . Assim, cada

um dos 8 cubos retirados terá um volume de  $\frac{8\,100 - 7\,100}{8} = 125 \text{ cm}^3$  e, portanto, uma aresta de  $\sqrt[3]{125} = 5 \text{ cm}$ .

## Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



### Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



### Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



### Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

