

PROVA DE MATEMÁTICA

PISM II – Resolução das Questões Objetivas

São apresentadas abaixo possíveis soluções para as questões propostas. Nessas resoluções buscou-se justificar as passagens visando uma melhor compreensão do leitor.

1) A média das alturas dos cinco jogadores titulares de um time de basquete é igual a 1,98 m. O treinador deseja substituir um jogador de modo que a média de altura aumente para, no mínimo, 2 m. Nessa substituição, a diferença, em centímetros, entre as alturas do jogador que entrar e do jogador que sair deve ser, no mínimo, igual a:

- a) 2
- b) 5
- c) 8
- d) 10
- e) 12

Solução:

Denotando por S a soma das alturas dos cinco jogadores titulares, temos que, em centímetros:

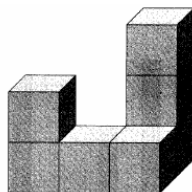
$\frac{S}{5} = 198 \Rightarrow S = 990$. Agora, denotando por y e x as alturas dos jogadores que vão entrar e sair, respectivamente, devemos ter, no mínimo:

$$\frac{(S - x) + y}{5} = 200 \Rightarrow 990 + (y - x) = 1000 \Rightarrow y - x = 10.$$

Portanto, a diferença entre as alturas do jogador que entrar e do jogador que sair deve ser, no mínimo, igual a 10 cm.

Gabarito: (d)

2) Antônio colocou pelas faces 7 cubinhos idênticos conforme ilustrado na figura abaixo.



O número mínimo de cubinhos, idênticos aos já utilizados, que Antônio deverá acrescentar à essa formação de maneira a completar um cubo é:

- a) 9
- b) 11
- c) 20
- d) 29
- e) 57

Solução:

A figura apresenta 3 cubinhos de comprimento, 2 cubinhos de largura e 3 cubinhos de altura. Como, para completar um cubo acrescentando novos cubinhos, a largura, o comprimento e a altura devem ser iguais, devemos ter, no mínimo, 3 cubinhos de largura, 3 de comprimento e 3 de altura. Logo, devemos ter ao todo $3 \times 3 \times 3 = 27$ cubinhos. Portanto, o número de cubinhos que devem ser acrescentados é $27 - 7 = 20$.

Gabarito: (c)

3) Seja α um ângulo tal que $\operatorname{sen}^2 \alpha - \cos^2 \alpha = \frac{1}{2}$. Então $\operatorname{tg}^2 \alpha$ é igual a:

- a) -1
- b) 0
- c) 1
- d) 2
- e) 3

Solução:

Da identidade trigonométrica fundamental sabemos que $\cos^2 \alpha = 1 - \operatorname{sen}^2 \alpha$. Substituindo na igualdade dada, obtemos:

$$\operatorname{sen}^2 \alpha - (1 - \operatorname{sen}^2 \alpha) = \frac{1}{2} \Rightarrow 2\operatorname{sen}^2 \alpha = \frac{1}{2} + 1 \Rightarrow \operatorname{sen}^2 \alpha = \frac{3}{4}. \text{ Daí: } \cos^2 \alpha = 1 - \operatorname{sen}^2 \alpha = 1 - \frac{3}{4} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Portanto: } \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{1} = 3.$$

Gabarito: (e)

4) André foi contratado para digitar um livro. No primeiro dia ele digitou 6 páginas e, a partir do segundo dia, passou a digitar sempre duas páginas a mais do que a quantidade de páginas que havia digitado no dia anterior. André gastou 20 dias para realizar a digitação desse livro. A quantidade de páginas desse livro é um número:

- a) menor que 410.
- b) entre 410 e 456.
- c) entre 456 e 501.
- d) entre 501 e 520.
- e) maior que 520.

Solução:

O número de páginas digitadas por André em cada dia forma uma PA com termo inicial $a_1 = 6$ e razão $r = 2$. Isto é, se a_n indica o número de páginas digitadas no n -ésimo dia, então: $a_1 = 6$, $a_2 = a_1 + r$, $a_3 = a_1 + 2r$, ..., $a_n = a_1 + (n-1)r$.

A quantidade total de páginas do livro digitadas até o fim do n -ésimo dia é a soma dos n primeiros termos

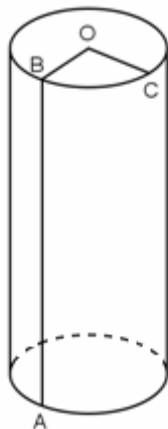
$$\text{desta PA: } a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = \frac{[a_1 + a_1 + (n-1)r]n}{2} = \frac{[2a_1 + (n-1)r]n}{2}$$

Então, até fim do 19º dia, André digitou $\frac{[2 \cdot 6 + 18 \cdot 2]}{2} \cdot 19 = 24 \times 19 = 456$ páginas e, até o fim do 20º

dia, André poderia ter digitado $\frac{[2 \cdot 6 + 19 \cdot 2]}{2} \cdot 20 = 25 \times 20 = 500$ páginas. Portanto, a quantidade de páginas desse livro é um número entre 456 e 501.

Gabarito: (c)

5) No cilindro circular reto ilustrado abaixo, o ponto A pertence à circunferência de uma das bases e os pontos B e C pertencem à circunferência da outra base, da qual o ponto O é centro. O segmento $\overline{AB}$ é perpendicular às bases e o ângulo $\widehat{CÔB}$ é reto.

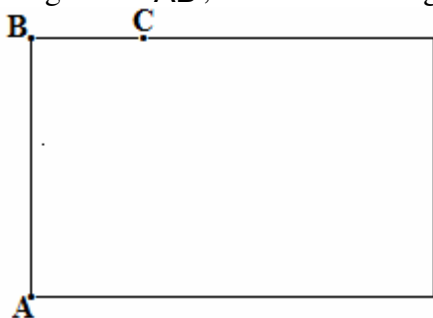


O raio das bases mede 5 cm e a altura do cilindro mede 6π cm. A menor distância, em centímetros, de A até C, sobre a superfície do cilindro é:

- a) $\frac{13\pi}{2}$
- b) $\sqrt{50 + 36\pi^2}$
- c) $\frac{49\pi}{4}$
- d) $\frac{17\pi}{2}$
- e) $6\pi + 5\sqrt{2}$

Solução:

Como o ângulo $\widehat{COB}$ é reto, o arco BC mede $\frac{1}{4}$ do comprimento da circunferência da base, isto é, em centímetros: $BC = \frac{2\pi \cdot 5}{4} = \frac{5\pi}{2}$. Fazendo a planificação da superfície do cilindro a partir de um corte ao longo do segmento $\overline{AB}$, obtemos o retângulo:



A menor distância de A até C é a medida do segmento $\overline{AC}$. Por Pitágoras:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = (6\pi)^2 + \left(\frac{5\pi}{2}\right)^2 = \frac{169\pi^2}{4} \Rightarrow AC = \frac{13\pi}{2}$$

Portanto, a menor distância de A até C sobre a superfície do cilindro é $\frac{13\pi}{2}$ cm.

Gabarito: (a)

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

