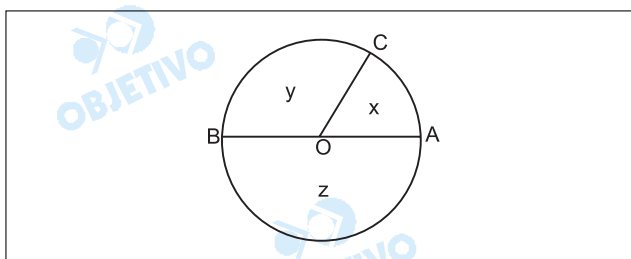


1ª Parte – Questões de Múltipla Escolha

Matemática

11 c

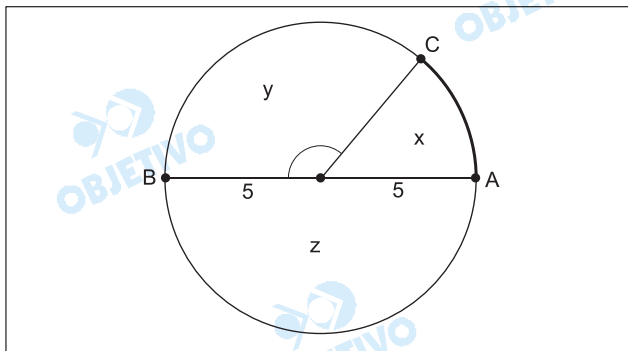
O gráfico em setores do círculo de centro O representa a distribuição das idades entre os eleitores de uma cidade. O diâmetro $\overline{AB}$ mede 10 cm e o comprimento do menor arco AC é $\frac{5\pi}{3}$ cm.



O setor x representa todos os 8 000 eleitores com menos de 18 anos, e o setor y representa os eleitores com idade entre 18 e 30 anos, cujo número é

- a) 12 000 b) 14 800 c) 16 000
d) 18 000 e) 20 800

Resolução



1) O menor arco $\widehat{AC}$ vale: $\frac{\frac{5\pi}{3}}{5} = \frac{\pi}{3}$

2) O menor arco $\widehat{BC}$ vale: $\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$

3) O número de eleitores representados pelo setor y é o dobro do número de eleitores do setor x, portanto: $2 \cdot 8\,000 = 16\,000$

12 e

Um paciente de um hospital está recebendo soro por via intravenosa. O equipamento foi regulado para gotear x gotas a cada 30 segundos. Sabendo-se que este número x é solução da equação $\log_4 x = \log_2 3$, e que cada gota tem volume de 0,3 mL, pode-se afirmar que o volume de soro que este paciente recebe em uma hora é de

- a) 800 mL b) 750 mL c) 724 mL
d) 500 mL e) 324 mL

Resolução

$$1) \log_4 x = \log_2 3 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \log_2 x = \log_2 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} = 3 \Rightarrow x = 9$$

2) x gotas a cada 30 segundos equivalem a $2x$ gotas a cada minuto, que equivalem a **120x** gotas a cada hora.

3) Se cada gota tem volume de 0,3 mL (?), então $120 \cdot x$ gotas correspondem a $120 \cdot 9 \cdot 0,3 \text{ mL} = 324 \text{ mL}$ (para $x = 9$).

13 e

Em uma caixa há 28 bombons, todos com forma, massa e aspecto exterior exatamente iguais. Desses bombons, 7 têm recheio de coco, 4 de nozes e 17 são recheados com amêndoas. Se retirarmos da caixa 3 bombons simultaneamente, a probabilidade de se retirar um bombom de cada sabor é, aproximadamente,

- a) 7,5% b) 11% c) 12,5%
d) 13% e) 14,5%

Resolução

A probabilidade de se retirar um bombom de cada sabor é

$$\frac{7 \cdot 4 \cdot 17}{C_{28,3}} = \frac{17}{117} \approx 0,145 = 14,5\%$$

14 d

O par ordenado (x,y) , solução do sistema $\begin{cases} 4^{x+y} = 32 \\ 3^{y-x} = \sqrt{3} \end{cases}$, é

- a) $\left(5, \frac{3}{2}\right)$ b) $\left(5, -\frac{3}{2}\right)$ c) $\left(3, \frac{2}{3}\right)$
d) $\left(1, \frac{3}{2}\right)$ e) $\left(1, \frac{1}{2}\right)$

Resolução

$$\begin{cases} 4^{x+y} = 32 \\ 3^{y-x} = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{2x+2y} = 2^5 \\ 3^{y-x} = 3^{\frac{1}{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 5 \\ y - x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 5 \\ -2x + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}$$

15 b

Somando-se 4 ao numerador de certa fração, obtém-se

outra igual a 1. Subtraindo-se 1 do denominador da fração original, obtém-se outra igual a $\frac{1}{2}$. Os termos

da fração original $\frac{A}{B}$ representam os votos de dois

candidatos, A e B, que foram para o 2º turno de uma eleição, onde o candidato B obteve

- a) 90% dos votos.
- b) 70% dos votos.
- c) 50% dos votos.
- d) 30% dos votos.
- e) 10% dos votos.

Resolução

1) Se A são os votos do candidato A e B são os votos do candidato B, então, de acordo com o enunciado,

$$\begin{cases} \frac{A+4}{B} = 1 \\ \frac{A}{B-1} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A-B = -4 \\ 2A-B = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 3 \\ B = 7 \end{cases}$$

2) Considerando-se apenas os votos dos candidatos A e B, pode-se afirmar que B obteve 70% desses votos, pois:

$$\frac{A}{B} = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{A+B}{B} = \frac{3+7}{7} \Rightarrow$$

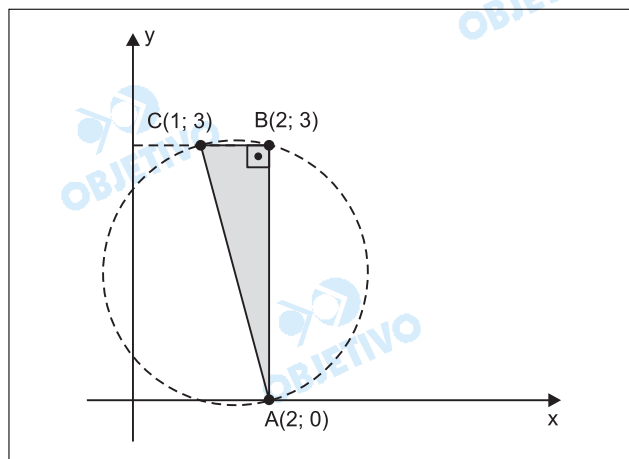
$$\Rightarrow B = \frac{7}{10}(A+B) \Rightarrow B = 70\%(A+B)$$

16 d

Dados os pontos A(2,0), B(2,3) e C(1,3), vértices de um triângulo, o raio da circunferência circunscrita a esse triângulo é

- a) $\frac{\sqrt{10}}{3}$
- b) $\frac{10}{3}$
- c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- d) $\frac{\sqrt{10}}{2}$
- e) $\sqrt{10}$

Resolução



Como o triângulo ABC é retângulo em B, então a circunferência circunscrita ao triângulo tem o segmento $\overline{AC}$ como diâmetro dessa circunferência.

Portanto, a medida do raio é:

$$\text{raio} = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{(2-1)^2 + (0-3)^2}}{2} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

17 a

Considere a equação $x^2 + kx + 36 = 0$, onde x' e x'' representam suas raízes. Para que exista a relação

$$\frac{1}{x'} + \frac{1}{x''} = \frac{5}{12}, \text{ o valor de } k \text{ na equação deverá ser}$$

- a) - 15 b) - 10 c) + 12 d) + 15 e) + 36

Resolução

Se x' e x'' forem as raízes da equação $x^2 + kx + 36 = 0$, então

$$\begin{cases} x' + x'' = -k & (I) \\ x' \cdot x'' = 36 & (II) \end{cases}$$

Pelo enunciado:

$$\frac{1}{x'} + \frac{1}{x''} = \frac{5}{12} \Leftrightarrow \frac{x' + x''}{x' \cdot x''} = \frac{5}{12} \quad (III)$$

Substituindo (I) e (II) em (III), temos:

$$\frac{-k}{36} = \frac{5}{12} \Leftrightarrow k = -15$$

18 b

Numa progressão geométrica, o primeiro termo é 5^x e a razão é 5. Se a soma dos quatro primeiros termos é 3 900, pode-se afirmar que $\frac{5^{x-2}}{5}$, é igual a

- a) $\frac{1}{25}$ b) $\frac{1}{5}$ c) 1 d) 5 e) 25.

Resolução

A progressão geométrica de primeiro termo 5^x e razão 5 é $(5^x; 5^{x+1}; 5^{x+2}; 5^{x+3}; \dots)$.

A soma dos quatro primeiros termos dessa progressão é 3900 e, portanto:

$$5^x + 5^{x+1} + 5^{x+2} + 5^{x+3} = 3900 \Leftrightarrow$$

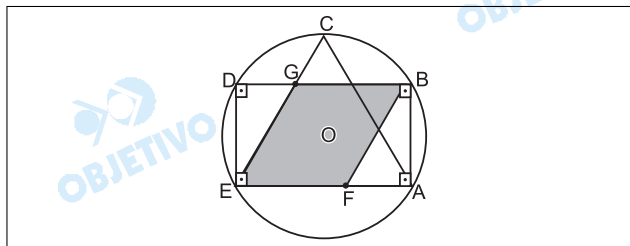
$$\Leftrightarrow 5^x(1 + 5 + 25 + 125) = 3900 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5^x = \frac{3900}{156} \Leftrightarrow 5^x = \frac{325}{13}$$

$$\text{Assim sendo: } \frac{5^{x-2}}{5} = \frac{5^x}{5^3} = \frac{625}{13 \cdot 5^3} = \frac{1}{5}$$

19 a

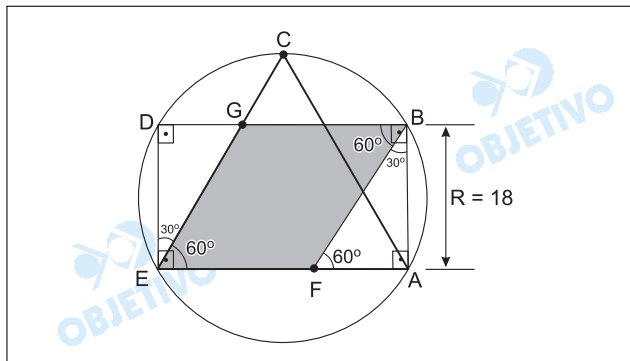
A figura mostra um círculo de centro O e raio $R = 18$ cm. O segmento AB é o lado de um hexágono regular inscrito e ACE, um triângulo equilátero inscrito.



Nessas condições, a área do paralelogramo EFBG é

- a) $216\sqrt{3}\text{cm}^2$ b) $180\sqrt{3}\text{cm}^2$ c) $116\sqrt{3}\text{cm}^2$
d) $120\sqrt{3}\text{cm}^2$ e) $108\sqrt{3}\text{cm}^2$

Resolução



- 1) AB é lado de um hexágono regular inscrito no círculo de raio R, portanto: $AB = R \Rightarrow AB = 18$
- 2) EA é um dos lados de um triângulo equilátero inscrito no círculo de raio R, assim:
 $EA = R\sqrt{3} \Rightarrow EA = 18\sqrt{3}$

$$3) \text{ No triângulo ABF, temos: } \frac{FA}{AB} = \text{tg } 30^\circ \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{FA}{18} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow FA = 6\sqrt{3}$$

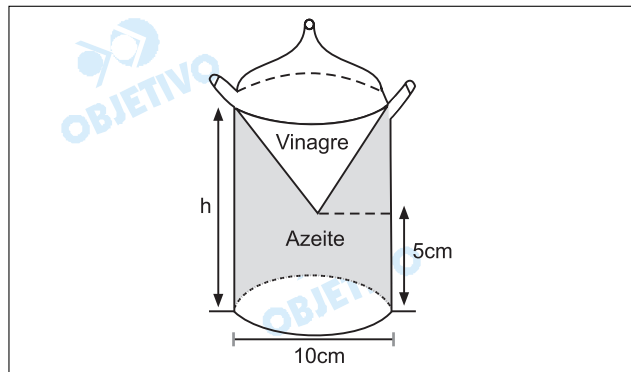
- 4) A área, em centímetros quadrados, do paralelogramo EFBG, é dada por:

$$EF \cdot AB = (EA - FA) \cdot AB = (18\sqrt{3} - 6\sqrt{3}) \cdot 18 = 216\sqrt{3}$$

20 c

A figura representa um galheteiro para a colocação de

azeite e vinagre em compartimentos diferentes, sendo um cone no interior de um cilindro.



Considerando h como a altura máxima de líquido que o galheteiro comporta e a razão entre a capacidade total de azeite e vinagre igual a 5, o valor de h é

- a) 7 cm b) 8 cm c) 10 cm
d) 12 cm e) 15 cm

Resolução

Sejam V_A a capacidade total de azeite e V_V a capacidade total de vinagre, em centímetros cúbicos.

De acordo com a figura, a altura do cone é $(h - 5)$ cm e os raios das bases do cilindro e do cone medem 5 cm.

Assim, de acordo com o enunciado, temos:

$$\frac{V_A - V_V}{V_V} = 5 \Leftrightarrow \frac{\pi \cdot 5^2 \cdot h - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot (h - 5)}{\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot (h - 5)} = 5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{3\pi \cdot 5^2 \cdot h - \pi \cdot 5^2 \cdot (h - 5)}{\pi \cdot 5^2 \cdot (h - 5)} = 5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3h - h + 5 = 5h - 25 \Leftrightarrow h = 10$$

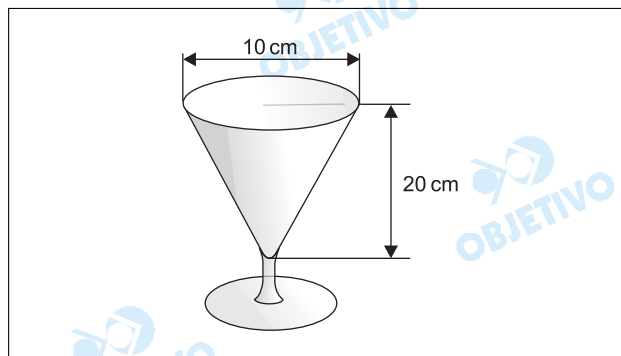
Portanto, o valor de h é 10 cm.

2ª Parte – Questões Discursivas

Matemática

36

Em uma lanchonete, um casal de namorados resolve dividir uma taça de *milk shake* com as dimensões mostradas no desenho.



- a) Sabendo-se que a taça estava totalmente cheia e que eles beberam todo o *milk shake*, calcule qual foi o volume, em mL, ingerido pelo casal. Adote $\pi = 3$.
- b) Se um deles beber sozinho até a metade da altura do copo, quanto do volume total, em porcentagem, terá bebido?

Resolução

- a) O volume de milk shake ingerido pelo casal é equivalente ao volume de um cone circular reto com $\frac{1}{2}$ dm de raio da base e 2 dm de altura, ou seja:

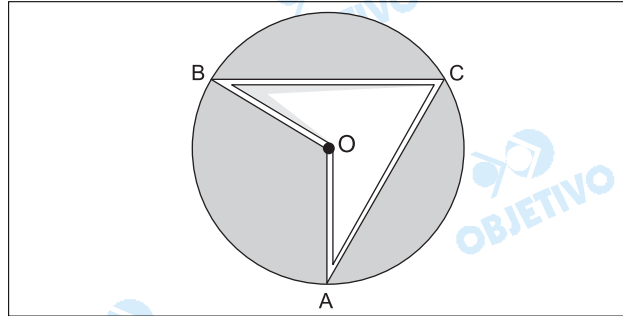
$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 2 \text{ dm}^3 &= \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot 2 \text{ dm}^3 = \\ &= \frac{1}{2} \text{ litro} = 500 \text{ mL} \end{aligned}$$

- b) Se um deles beber sozinho até a metade da altura do copo, terá, então, bebido $1 - \left(\frac{1}{2}\right)^3$ do volume total, ou seja:

$$1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8} = 0,875 = 87,5\% \text{ do volume total}$$

Respostas: a) 500 mL
b) 87,5%

Para fins beneficentes, foi organizado um desfile de modas num salão em forma de círculo, com 20 metros de raio. A passarela foi montada de acordo com a figura, sendo que as passarelas $\overline{CA}$ e $\overline{CB}$ são lados que corresponderiam a um triângulo equilátero inscrito na circunferência. No espaço sombreado, ocupado pela platéia, foram colocadas cadeiras, sendo uma cadeira por m^2 e um ingresso para cada cadeira.



Adotando $\sqrt{3} = 1,73$ e $\pi = 3,14$,

- determine quantos metros cada modelo desfilou, seguindo uma única vez o roteiro BC, CA, AO e OB.
- sabendo-se que todas as cadeiras foram ocupadas, calcule quantos ingressos foram vendidos para este evento.

Resolução

- a) Sendo R a medida do raio do círculo, em metros, e s a soma dos comprimentos dos segmentos BC, CA, AO e OB, também medidos em metros, de acordo com o enunciado, tem-se:

$$1) \quad AO = OB = R = 20$$

$$2) \quad BC = CA = R\sqrt{3} = 20 \cdot \sqrt{3} = 34,6$$

$$3) \quad s = BC + CA + AO + OB$$

$$\text{Assim: } s = 34,6 + 34,6 + 20 + 20 \Leftrightarrow s = 109,2$$

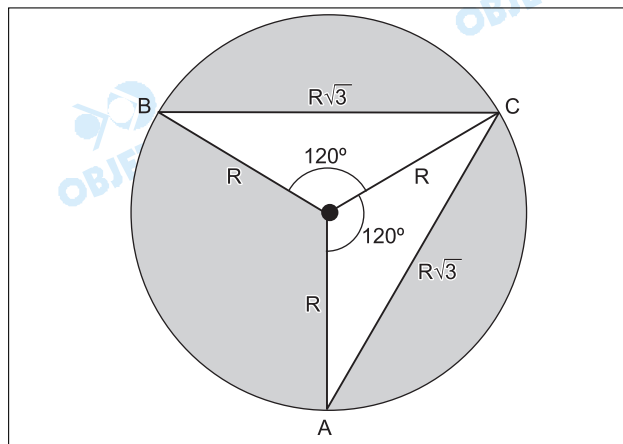
- b) A área S , em metros quadrados, da região ocupada pela platéia, é dada pela diferença entre a área do círculo e a soma das áreas dos triângulos congruentes OBC e OCA.

$$\text{Assim: } S = \pi R^2 - 2 \cdot \frac{R \cdot R \cdot \sin 120^\circ}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow S = R^2 \left(\pi - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\text{Logo: } S = 20^2 (3,14 - 0,865) \Leftrightarrow S = 910$$

Conclui-se, portanto, que o número total de cadeiras colocadas no espaço ocupado pela platéia, é igual a 910 e, conseqüentemente, que foram vendidos 910 ingressos para esse evento.



Respostas: a) 109,2 metros
b) 910 ingressos

38

Sendo $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{5}$,

- determine $\sin \alpha$ e $\cos \alpha$.
- represente no círculo trigonométrico todos os ângulos α que satisfazem a igualdade dada.

Resolução

$$a) \begin{cases} \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{5} \\ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{1}{5} - \sin \alpha & (I) \\ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 & (II) \end{cases}$$

A partir do sistema, temos:

$$\sin^2 \alpha + \left(\frac{1}{5} - \sin \alpha \right)^2 = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 25 \cdot \sin^2 \alpha - 5 \cdot \sin \alpha - 12 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sin \alpha = \frac{4}{5} \text{ ou } \sin \alpha = -\frac{3}{5}$$

Na equação (I), resulta:

$$1^\circ) \text{ para } \sin \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{5} - \frac{4}{5} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = -\frac{3}{5}$$

$$2^\circ) \text{ para } \sin \alpha = -\frac{3}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{5} + \frac{3}{5} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

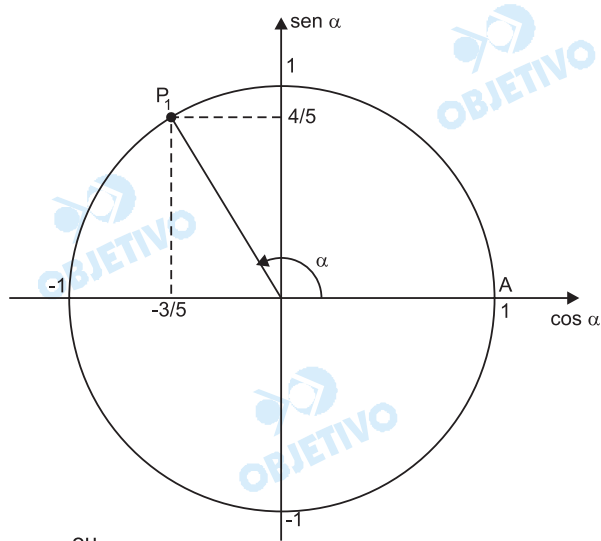
Portanto, as soluções são:

$$\sin \alpha = \frac{4}{5} \text{ e } \cos \alpha = -\frac{3}{5}$$

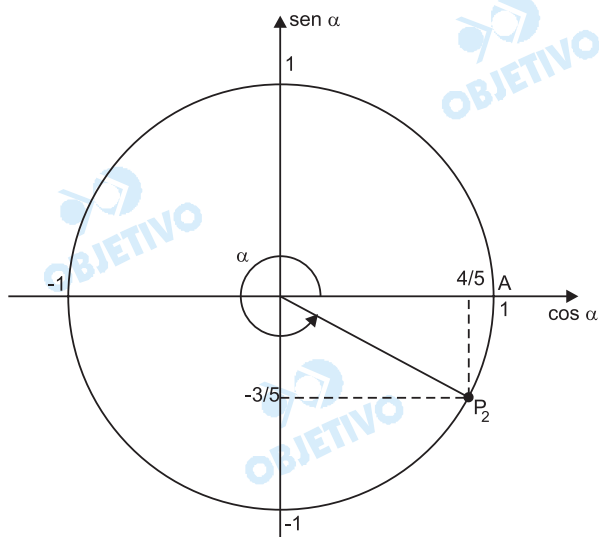
ou

$$\sin \alpha = -\frac{3}{5} \text{ e } \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

b)



ou



Sendo:

$$\alpha = \widehat{AP_1}, \text{ tal que } \sin \alpha = \frac{4}{5} \text{ e } \cos \alpha = -\frac{3}{5}$$

ou

$$\alpha = \widehat{AP_2}, \text{ tal que } \sin \alpha = -\frac{3}{5} \text{ e } \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

Respostas: a) $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ e $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$

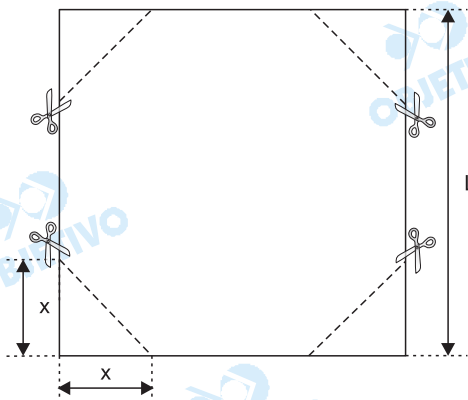
ou

$\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ e $\cos \alpha = \frac{4}{5}$

b) representação gráfica

39

Uma placa de aço quadrada vai ser transformada em um octógono regular, recortando-se os quatro cantos do quadrado de forma a obter o maior polígono possível, como mostra a figura.



Sendo a medida do lado do quadrado igual a L , calcule, em função de L ,

a) a medida de x .

b) o perímetro do octógono obtido.

Resolução

a) $x + x \cdot \sqrt{2} + x = L \Leftrightarrow x = \frac{L}{2 + \sqrt{2}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{L}{2 + \sqrt{2}} \cdot \frac{2 - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} \Leftrightarrow x = \frac{L \cdot (2 - \sqrt{2})}{2}$

b) O perímetro do octógono regular é

$8 \cdot x \cdot \sqrt{2} = \frac{8 \cdot L \cdot (2 - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{2}}{2} = 8 \cdot (\sqrt{2} - 1) \cdot L$

Respostas: a) $\frac{(2 - \sqrt{2}) \cdot L}{2}$

b) $8 \cdot (\sqrt{2} - 1) \cdot L$

40

Sejam as matrizes

$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ \log 0,1 & 5 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} \log 0,01 & 0 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$.

Calcule:

- a) o determinante da matriz $(B - A)$.
 b) a matriz inversa da matriz $(B - A)$.

Resolução

$$a) A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ \log 0,1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \log 0,01 & 0 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\text{Então: } B - A = \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ +5 & -8 \end{bmatrix} \Rightarrow \det(B - A) = 50$$

b) 1) Matriz dos cofatores:

$$(B - A)' = \begin{bmatrix} -8 & -5 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$$

2) Matriz adjunta:

$$\overline{(B - A)} = \begin{bmatrix} -8 & 2 \\ -5 & -5 \end{bmatrix}$$

3) Matriz inversa de $B - A$:

$$(B - A)^{-1} = \frac{1}{50} \begin{bmatrix} -8 & 2 \\ -5 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{4}{25} & \frac{1}{25} \\ -\frac{1}{10} & -\frac{1}{10} \end{bmatrix}$$

Respostas: a) 50

$$b) \begin{bmatrix} -\frac{4}{25} & \frac{1}{25} \\ -\frac{1}{10} & -\frac{1}{10} \end{bmatrix}$$

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

