



MATEMÁTICA

GABARITO OFICIAL DEFINITIVO

Questão 1

Item A

Sejam, $\mathbf{b}$ = preço do boné em reais
 $\mathbf{c}$ = preço da camiseta em reais

Então o sistema de equações com os dados do problema são:

$$10\mathbf{b} + 20\mathbf{c} = 350$$

$$\mathbf{b} + \mathbf{c} = 20$$

Resolvendo o sistema por eliminação, multiplicamos a segunda equação por -10 e temos que :

$$\begin{array}{r} 10\mathbf{b} + 20\mathbf{c} = 350 \\ -10\mathbf{b} - 10\mathbf{c} = -200 \\ \hline 10\mathbf{c} = 150 \\ \mathbf{c} = 15 \end{array}$$

Substituindo o valor de c na segunda equação temos que

$$\mathbf{b} + 15 = 20$$

$$\mathbf{b} = 5$$

Item B

A equação com os dados do problema é :

$$30\mathbf{b} + \mathbf{x}\mathbf{c} = \mathbf{y}$$

Substituindo os valores de b e c temos que

$$\begin{array}{l} 30(5) + \mathbf{x}(15) = \mathbf{y} \\ 150 + 15\mathbf{x} = \mathbf{y} \end{array}$$

Então, colocando em evidência 15, segue que

$$15(10 + \mathbf{x}) = \mathbf{y}$$

Como $\mathbf{y}$ deve ser o menor quadrado perfeito, segue que
 $10 + \mathbf{x} = 15$

Portanto, $\mathbf{x} = 5$



Questão 2

Resolução:

$$\begin{cases} x + y + z = 375 & \text{(I)} \\ y - x = \frac{1}{5}y & \text{(II)} \\ z - y = \frac{1}{5}y & \text{(III)} \end{cases}$$

Isolando x e z em (II) e (III), temos:

$$\begin{aligned} y - x &= \frac{1}{5}y & z - y &= \frac{1}{5}y \\ 5y - 5x &= y & 5z - 5y &= y \\ x &= \frac{4}{5}y & z &= \frac{6}{5}y \end{aligned} \quad \begin{matrix} \text{(IV)} \\ \text{(V)} \end{matrix}$$

Substituindo (IV) e (V) na equação (I), obtém-se y:

$$\begin{aligned} x + y + z &= 375 \Rightarrow \frac{4}{5}y + y + \frac{6}{5}y = 375 \Rightarrow 4y + 5y + 6y = 1875 \Rightarrow \\ 15y &= 1875 \Rightarrow y = \frac{1875}{15} \Rightarrow y = 125g. \end{aligned}$$

Substituindo $y = 125g$ em (IV) e (V), obtém-se x e z:

$$x = \frac{4}{5}y \Rightarrow x = \frac{4}{5} \cdot 125 \Rightarrow x = 100g \quad \text{e} \quad z = \frac{6}{5}y \Rightarrow z = \frac{6}{5} \cdot 125 \Rightarrow z = 150g$$

Logo, teremos a seguinte P.A. (100, 125, 150).

As quantidades, em miligramas dos nutrientes A, B e C a serem consumidas, por refeição, pelo patinador, são:

$$\text{Nutriente A} \rightarrow 1 \cdot x + 1 \cdot y + 2 \cdot z = 1 \cdot 100 + 1 \cdot 125 + 2 \cdot 150 = 525mg.$$

$$\text{Nutriente B} \rightarrow 1 \cdot x + 2 \cdot y + 1 \cdot z = 1 \cdot 100 + 2 \cdot 125 + 1 \cdot 150 = 500mg.$$

$$\text{Nutriente C} \rightarrow 3 \cdot x + 5 \cdot y + 3 \cdot z = 3 \cdot 100 + 5 \cdot 125 + 3 \cdot 150 = 1375mg.$$



Questão 3

Solução do item (A)

Seja $y = g(t) = -\frac{2}{5}t^2 + 20t$ a função horária que fornece o desempenho do atleta A no intervalo de tempo $0 \leq t \leq t_1$ e sejam $O(0,0)$ e $P(t_1, g(t_1))$ os pontos do gráfico dessa função correspondentes a $t = 0$ e $t = t_1$.

A reta r que passa por O e P tem coeficiente angular

$$m_1 = \frac{100}{10} = 10$$

e, então, sua equação é:

$$r: y = y(t) = 10t.$$

A ordenada do ponto P fornece a igualdade

$$\begin{aligned} 10t_1 &= -\frac{2}{5}t_1^2 + 20t_1 \\ \Rightarrow t_1 \left(-\frac{2}{5}t_1 + 10 \right) &= 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow t_1 = 0 \text{ ou } t_1 = 25.$$

Logo, $t_1 = 25$ segundos e $g(t_1) = 250$ metros, ou seja, $P(25, 250)$.

O ponto $Q(t_2, y_2)$ do gráfico da função horária que fornece o desempenho do atleta B no instante t_2 tem ordenada $y_2 = 800$ satisfazendo a equação

$$800 = y_2 = f(t_2) = 700 \log_2(\sqrt[7]{t_2}) + \frac{1}{7} \log_2(t_2)^{100}$$

$$\Rightarrow 800 = \frac{1}{7} \times 700 \log_2(t_2) + 100 \times \frac{1}{7} \log_2(t_2)$$

$$\Rightarrow 800 = 100 \log_2(t_2) + \frac{100}{7} \log_2(t_2)$$

$$\Rightarrow 800 = \frac{800}{7} \log_2(t_2).$$

Logo,

$$\log_2(t_2) = 7 \Rightarrow t_2 = 2^7 = 128 \text{ segundos.}$$

Solução do item (B)

A função horária que fornece o desempenho do atleta B no intervalo de tempo $t_1 \leq t \leq t_2$ é uma reta s de coeficiente angular

$m_2 = 4$, que passa pelo ponto $P(25, 250)$.

Logo, temos

$$s: y - 250 = 4(t - 25)$$



PROCESSO SELETIVO 2010-2

$$\Rightarrow y = 4t + 150.$$

Portanto, o atleta A percorreu

$$4 \times 128 + 150 = 662 \text{ metros.}$$

E, concluímos que o atleta B concluiu a corrida a frente de A

$$800 - 662 = 138 \text{ metros.}$$



Questão 4

A) Seja M o ponto médio do lado $\overline{AB}$. Então, $\overline{OM} = \sqrt{3}$ e $\overline{AB} = r$. Pelo Teorema de Pitágoras tem-se que $r^2 = \left(\frac{r}{2}\right)^2 + (\sqrt{3})^2$ e daí,

$$\frac{4r^2 - r^2}{4} = 3 \Rightarrow 3r^2 = 12 \Rightarrow r^2 = 4 \Rightarrow r = 2 \text{ cm.}$$

Logo, a área do hexágono regular é igual a seis vezes a área do triângulo AOB , isto é,

$$A_H = 6 \frac{r\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A_H = 6\sqrt{3} \text{ cm}^2.$$

A área do círculo é $A_C = \pi r^2 \Rightarrow A_C = 4\pi \text{ cm}^2$.

Portanto, a área hachurada é $A_C - A_H = (4\pi - 6\sqrt{3}) \text{ cm}^2$.

B) Como $r = 2 \text{ cm}$, segue que as coordenadas do ponto B são $B(0,2)$.

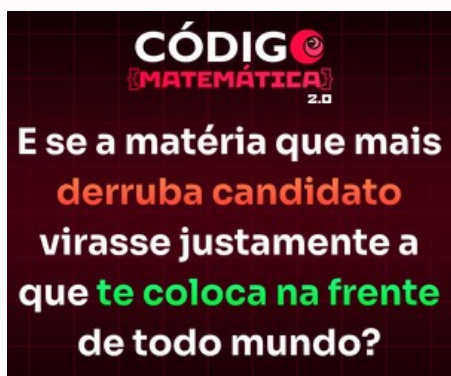
Logo, o módulo de cada uma das raízes correspondente aos complexos z são todas iguais a 2, ou seja, $|z| = 2$.

Assim, $|w| = |z^6| = |z|^6 = 2^6 = 64 \text{ cm}$.

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

