



Nível
7ª e 8ª séries (8º e 9º anos)
do Ensino Fundamental

2ª FASE – 20 de outubro de 2007

Parabéns pelo seu desempenho na 1ª Fase da OBMEP. É com grande satisfação que contamos agora com sua participação na 2ª Fase. Desejamos que você faça uma boa prova e que ela seja um estímulo para aumentar seu gosto e alegria em estudar Matemática.

Um abraço da Equipe da OBMEP!

Ministério da Ciência e Tecnologia Ministério da Educação



INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta acima estão corretos. Escreva seu nome e endereço completos no quadro abaixo e assine no local indicado. Assine também a lista de presença.

2. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.

3. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova entregue-a ao aplicador.

4. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.

5. Na correção serão consideradas todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões.

6. Respostas sem justificativa não serão consideradas na correção.

7. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta.

8. Não é permitido comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador.

9. Não escreva nos espaços sombreados.

“Eu não tenho o hábito da leitura. Eu tenho paixão da leitura. O livro sempre foi para mim uma fonte de encantamento. Eu leio com prazer, leio com alegria.”

Ariane Suarwa

Os nomes usados nesta prova são de personagens da obra do grande escritor brasileiro Ariano Suassuna, que a OBMEP homenageia por ocasião de seu 80º aniversário.

Dados do aluno

[illegible]

Endereço completo do aluno					

[illegible]

Complemento

[illegible]

CEP

--	--	--	--	--	--	--	--

Cidade

[illegible]

UF

--	--

Assinatura

--

DDD

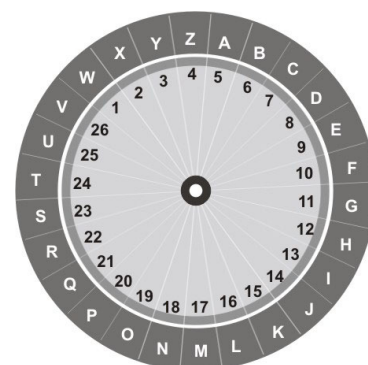
--	--

Telefone (opcional)

--	--	--	--	--	--	--	--

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional							
	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Nacional							

(1) Um antigo método para codificar palavras consiste em escolher um número de 1 a 26, chamado *chave* do código, e girar o disco interno do aparelho ilustrado na figura até que essa chave corresponda à letra A. Depois disso, as letras da palavra são substituídas pelos números correspondentes, separados por tracinhos. Por exemplo, na figura ao lado a chave é 5 e a palavra *PAI* é codificada como 20-5-13.



(a) Usando a chave indicada na figura, descubra qual palavra foi codificada como 23-25-7-25-22-13.

(b) Codifique *OBMEP* usando a chave 20.

(c) Chicó codificou uma palavra de 4 letras com a chave 20, mas esqueceu-se de colocar os tracinhos e escreveu 2620138. Ajude o Chicó colocando os tracinhos que ele esqueceu e depois escreva a palavra que ele codificou.

(d) Em uma outra chave, a soma dos números que representam as letras A, B e C é 52. Qual é essa chave?

(a)

(b)

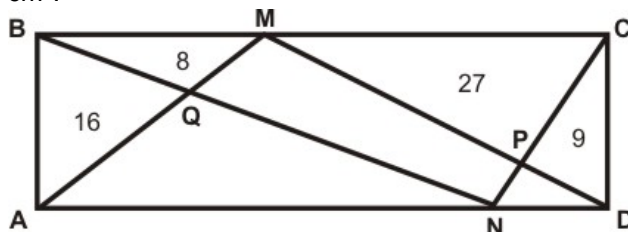
(c)

(d)

TOTAL	

(2) Na figura $ABCD$ é um retângulo, M e N são pontos nos lados BC e AD , respectivamente, e os números representam as áreas dos triângulos ABQ , BQM , MPC e CPD em cm^2 .

- (a) Qual é a área do triângulo AMD ? Por quê?
- (b) Calcule a soma das áreas dos triângulos AQN e NPD .
- (c) Calcule a área do quadrilátero $MPNQ$.



(a)

--	--

(b)

--	--

(c)

--	--

TOTAL

--	--

(3) Um algarismo é *afilhado* de um número natural se ele é o algarismo das unidades de algum divisor desse número. Por exemplo, os divisores de 56 são 1, 2, 4, 7, 8, 14, 28 e 56, logo os afilhados de 56 são 1, 2, 4, 6, 7 e 8.



- (a) Quais são os afilhados de 57?
- (b) Ache um número que tenha 7 e 9 como afilhados, mas não 3. Quais são os afilhados desse número?
- (c) Explique porque 2 e 5 são afilhados de qualquer número que tenha 0 entre seus afilhados.
- (d) Explique porque 8 é afilhado de qualquer número que tenha 0 e 9 entre seus afilhados.

(a)

--	--

(b)

--	--

(c)

--	--

(d)

--	--

TOTAL

--	--

- (4) (a) Complete a tabela abaixo, lembrando que a soma de todos os ângulos internos é de um polígono regular de n lados é $(n-2) \times 180^\circ$.

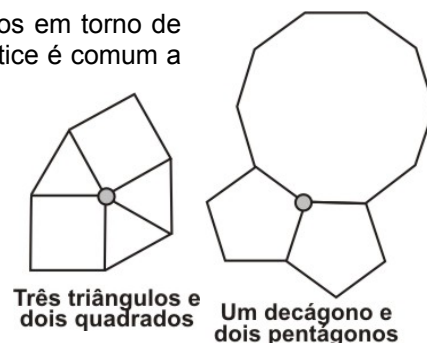
n	Soma dos ângulos internos	Ângulo interno
3	180°	60°
4	360°	90°
5		
6		
8		

--	--

Dizemos que três ou mais polígonos regulares se *encaixam* se é possível colocá-los em torno de um vértice comum, sem sobreposição, de modo que cada lado que parte desse vértice é comum a dois desses polígonos. Na figura vemos dois exemplos de polígonos que se encaixam.

- (b) Um quadrado e dois octógonos (polígonos regulares de oito lados) se encaixam? Justifique sua resposta.

- (c) Um triângulo equilátero, um heptágono (polígono regular de sete lados) e um outro polígono se encaixam. Quantos lados tem esse polígono?



(b)

--	--

(c)

TOTAL	

(5) Os times A , B , C , D e E disputaram, entre si, um torneio de futebol com as seguintes regras:

- o vencedor de uma partida ganha 3 pontos e o perdedor não ganha nada;
- em caso de empate cada um dos times ganha 1 ponto;
- cada time joga exatamente uma vez com cada um dos outros.

O campeão do torneio foi o time A , seguido na classificação por B , C , D e E , nessa ordem. Além disso

- o time A não empatou nenhuma partida;
- o time B não perdeu nenhuma partida;
- todos os times terminaram o torneio com números diferentes de pontos.



(a) O time A ganhou, perdeu ou empatou sua partida contra o time B ? Por quê?

(b) Com quantos pontos o time A terminou o torneio? Por quê?

(c) Explique porque o time B obteve um número par de pontos nesse torneio.

(d) Na tabela, cada coluna representa uma partida. Sabendo que ocorreram exatamente 5 empates nesse torneio, desenhe, em cada coluna da tabela, um círculo em volta do nome do time ganhador ou em volta do x , em caso de empate.

(a)

--	--

(b)

--	--

(c)

--	--

(d)

A	A	A	A	B	B	B	C	C	D
x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
B	C	D	E	C	D	E	D	E	E

--	--

TOTAL

--	--

(6) Fernando e Isaura inventaram um jogo diferente, cujas regras são as seguintes:

1. eles começam uma partida com 128 palitos cada um;
2. em cada jogada, eles tiram par ou ímpar; se sai par, Fernando dá metade dos palitos que tem para Isaura e, se sai ímpar, Isaura dá a metade dos palitos que tem para Fernando.
3. eles repetem o procedimento da regra 2 até que um deles fique com um número ímpar de palitos, quando a partida acaba. Ganha quem ficar com maior número de palitos.



Veja o que acontece em uma partida onde a sequência das três primeiras jogadas é **par, ímpar, par**:

Fernando	Isaura	→ par →	Fernando	Isaura	→ ímpar →	Fernando	Isaura	→ par →	Fernando	Isaura	...
128	128	1ª jogada	64	192	2ª jogada	160	96	3ª jogada	80	176	

- Complete o esquema com o número de palitos de Fernando e Isaura, de acordo com as jogadas indicadas.
- Uma partida acabou quando Fernando ficou com 101 palitos. Na última jogada saiu par ou ímpar?
- Qual foi a sequência de pares e ímpares da partida que acabou quando Fernando ficou com 101 palitos?
- Mostre que qualquer partida acaba com exatamente sete jogadas.

(a)	Fernando	Isaura	→ ímpar →	Fernando	Isaura	→ ímpar →	Fernando	Isaura	→ par →	Fernando	Isaura	...
	128	128	1ª jogada			2ª jogada			3ª jogada			

(b)

(c)

(d)

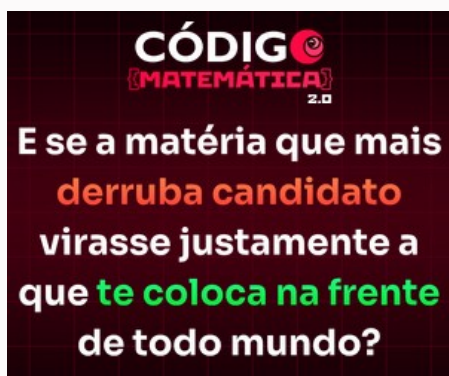
TOTAL			

RASCUNHO

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

