

MATEMÁTICA - Grupo G - Gabarito

1ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Os números n_1, n_2, n_3, n_4, n_5 , listados abaixo, são racionais. Escreva-os na forma de fração irredutível $\frac{p}{q}$ com p e q números inteiros, sendo $q \neq 0$.

$$n_1 = \frac{2 - \frac{3}{4}}{2 - \frac{1}{3}}, \quad n_2 = \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^j = 1 + \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{3}\right)^j + \dots, \quad n_3 = \binom{100}{98},$$

$$n_4 = -\log_{10}\left(\frac{1}{100}\right), \quad n_5 = e^{\ln(2,95)}.$$

Cálculos e respostas:

- $n_1 = \frac{\frac{8-3}{4}}{\frac{6-1}{3}} = \frac{5}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{4}.$
- n_2 é a soma dos infinitos termos da PG de razão $\frac{1}{3}$ e primeiro termo igual a 1 e, assim,

$$n_2 = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{3-1}{3}} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}.$$
- $n_3 = \frac{100!}{2! \cdot 98!} = \frac{98! \cdot 99 \cdot 100}{2 \cdot 98!} = 50 \cdot 99 = 4950 = \frac{4950}{1}.$
- $n_4 = -\log_{10}\left(\frac{1}{100}\right) = -\log_{10}(10^{-2}) = -(-2) = 2 = \frac{2}{1}.$
- Como a função exponencial é a inversa da função logarítmica, segue-se que

$$n_5 = 2,95 = \frac{295}{100} = \frac{59}{20}.$$

MATEMÁTICA - Grupo G - Gabarito

2ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Uma herança de R\$ 360.000,00 deverá ser dividida em duas partes, x e y , de tal modo que $\frac{y}{x} = \frac{5}{4}$. Determine os valores de x e y .

Cálculos e respostas:

Tem-se

$$\begin{cases} x + y = 360000, \\ y = \frac{5}{4}x. \end{cases}$$

Substituindo-se o valor de y da segunda equação na primeira equação, segue-se que

$$x + \frac{5}{4}x = 360000. \text{ Portanto, } x = \text{R\$ } 160.000,00 \text{ e } y = \frac{5}{4}x = \text{R\$ } 200.000,00.$$

MATEMÁTICA - Grupo G - Gabarito

3ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

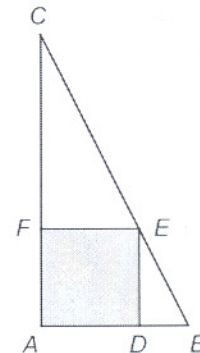
Avaliador

Revisor

Na figura ao lado, os pontos D , E e F pertencem, respectivamente, aos lados AB , BC e AC do triângulo ABC . Eles foram escolhidos de tal forma que o quadrilátero $ADEF$ é um quadrado. Sabe-se que o lado AB mede

$\frac{3}{2}$ cm e que a área do quadrado $ADEF$ é igual a 1 cm^2 . Determine:

- o perímetro do quadrado $ADEF$;
- a medida dos dois outros lados do triângulo ABC ;
- o cosseno do ângulo $\hat{ACB}$.



Cálculos e respostas:

- Se a área do quadrado é igual a 1 cm^2 , então seu lado mede 1 cm e, portanto, seu perímetro é igual a 4 cm .
- Seja x a medida do segmento CF . Como os ângulos $\hat{FEC}$ e $\hat{DBE}$ são congruentes, os triângulos retângulos CEF e EBD são semelhantes. Portanto,

$$\frac{\overline{CF}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{ED}}{\overline{BD}}, \text{ isto é, } \frac{x}{1} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2.$$

Logo, $x = \overline{CF} = 2 \text{ cm}$ e, portanto, $\overline{AC} = \overline{FA} + \overline{CF} = 1 \text{ cm} + 2 \text{ cm} = 3 \text{ cm}$. Usando-se agora o Teorema de Pitágoras, conclui-se que:

$$\overline{BC} = \sqrt{(\overline{AB})^2 + (\overline{AC})^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + 9} = \sqrt{\frac{45}{4}} = \frac{3}{2}\sqrt{5} \text{ cm}.$$

$$\text{c) Tem-se } \cos(\hat{ACB}) = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{3}{\frac{3}{2}\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

MATEMÁTICA - Grupo G - Gabarito

4ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Um rally é realizado em um circuito que passa por diferentes paisagens nordestinas: $\frac{2}{5}$ na zona da mata, $\frac{3}{7}$ em terras do sertão nordestino e os 108 km restantes na mata dos cocais.

- a) Determine o comprimento do circuito completo.
- b) Sabendo que 25% do percurso que se encontra na zona da mata está asfaltado, 10% do percurso que se encontra no sertão está asfaltado e que apenas 36 km do percurso que se encontra na mata dos cocais está asfaltado, determine o percentual, em relação à medida do circuito completo, da parte asfaltada do percurso.

Cálculos e respostas:

- a) Denotando-se por x o comprimento do circuito completo, tem-se:

$$\frac{2}{5}x + \frac{3}{7}x + 108 = x.$$

Portanto, $x = 630$ km.

- b) Os comprimentos dos percursos asfaltados na zona da mata e no sertão são dados respectivamente

por $\frac{25}{100} \cdot \frac{2}{5} \cdot 630 = 63$ km e $\frac{10}{100} \cdot \frac{3}{7} \cdot 630 = 27$ km. Portanto, o comprimento da parte asfaltada do circuito completo é $63 + 27 + 36 = 126$ km. Logo, o percentual pedido é

$$\frac{126}{630} = \frac{1}{5} = 20\%.$$

MATEMÁTICA - Grupo G - Gabarito

5ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Considere a função $h(x) = a(x-b)^2$. Sabe-se que o gráfico de h contém os pontos $(1,0)$ e $(0,2)$.

- a) Determine os valores das constantes a e b . Justifique sua resposta.
- b) Sabendo-se que $h(x) = (f \circ g)(x)$, onde $f(x) = 2x^2$ e $g(x)$ é uma função afim decrescente, determine $g(3)$. Justifique sua resposta.
- c) Resolva a equação $f(x) - h(x) = |x|$.

Cálculos e respostas:

a) Com o gráfico de h passa pelos pontos $(1,0)$ e $(0,2)$, tem-se que $0 = a(1-b)^2$ e $2 = a(0-b)^2$, logo, $a = 2$, $b = 1$ e $h(x) = 2(x-1)^2$.

b) $h(x) = 2(x-1)^2$, $f(x) = 2x^2$ e $h(x) = (f \circ g)(x)$ implicam que $2(x-1)^2 = 2(g(x))^2$. Como g é uma função afim decrescente segue-se, necessariamente, que $g(x) = -x+1$ e $g(3) = -2$.

c) A equação $f(x) - h(x) = |x|$ é equivalente a $2x^2 - 2x^2 + 4x - 2 = |x|$, ou ainda, $4x - 2 = |x|$.

Se $x \geq 0$, tem-se

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ f(x) - h(x) = |x| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 4x - 2 = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

de onde se obtém a solução $x = \frac{2}{3}$.

Se $x < 0$, a equação não possui solução, pois

$$\begin{cases} x < 0 \\ f(x) - h(x) = |x| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ 4x - 2 = -x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x = \frac{2}{5} \end{cases}$$

que é um sistema incompatível.

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

