

Vestibular Nacional Unicamp 2000

Provas da 2^a Fase

Matemática

MATEMÁTICA

ATENÇÃO: Escreva a resolução **COMPLETA** de cada questão no espaço reservado para a mesma. Não basta escrever apenas o resultado final: é necessário mostrar os cálculos ou o raciocínio utilizado.

1. Um determinado ano da última década do século XX é representado, na base 10, pelo número $abba$ e um outro, da primeira década do século XXI, é representado, também na base 10, pelo número $cddc$.

- a) Escreva esses dois números.
- b) A que século pertencerá o ano representado pela soma $abba + cddc$?

2. A soma de dois números positivos é igual ao triplo da diferença entre esses mesmos dois números. Essa diferença, por sua vez, é igual ao dobro do quociente do maior pelo menor.

- a) Encontre esses dois números.
- b) Escreva uma equação do tipo $x^2 + bx + c = 0$ cujas raízes são aqueles dois números.

3.

- a) Quantos são os triângulos não congruentes cujas medidas dos lados são **números inteiros** e cujos perímetros medem 11 metros?
- b) Quantos dos triângulos considerados no item anterior são equiláteros? E quantos são isósceles?

4. Em um certo jogo são usadas fichas de cores e valores diferentes. Duas fichas brancas equivalem a três fichas amarelas, uma ficha amarela equivale a cinco fichas vermelhas, três fichas vermelhas equivalem a oito fichas pretas e uma ficha preta vale quinze pontos.

- a) Quantos pontos vale cada ficha?
- b) Encontre todas as maneiras possíveis para totalizar 560 pontos, usando, em cada soma, no máximo cinco fichas de cada cor.

5. As diagonais D e d de um quadrilátero convexo, não necessariamente regular, formam um ângulo agudo α .

- a) Mostre que a área desse quadrilátero é $\frac{D \cdot d}{2} \sin \alpha$.
- b) Calcule a área de um quadrilátero convexo para o qual $D = 8\text{cm}$, $d = 6\text{cm}$ e $\alpha = 30^\circ$.

6. Suponha que o número de indivíduos de uma determinada população seja dado pela função: $F(t) = a \cdot 2^{-bt}$, onde a variável t é dada em anos e a e b são constantes.

- Encontre as constantes a e b de modo que a população inicial ($t = 0$) seja igual a 1024 indivíduos e a população após 10 anos seja a metade da população inicial.
- Qual o tempo mínimo para que a população se reduza a $1/8$ da população inicial?
- Esboce o gráfico da função $F(t)$ para $t \in [0, 40]$.

7. Seja A a matriz formada pelos coeficientes do sistema linear abaixo:

$$\begin{cases} \lambda x + y + z = \lambda + 2 \\ x + \lambda y + z = \lambda + 2 \\ x + y + \lambda z = \lambda + 2 \end{cases}$$

- Ache as raízes da equação: $\det A = 0$.
- Ache a solução geral desse sistema para $\lambda = -2$.

8. Sejam A e B os pontos de intersecção da parábola $y = x^2$ com a circunferência de centro na origem e raio $\sqrt{2}$.

- Quais as coordenadas dos pontos A e B ?
- Se P é um ponto da circunferência diferente de A e de B , calcule as medidas possíveis para os ângulos $\widehat{APB}$.

9. Os lados de um triângulo têm, como medidas, números inteiros ímpares consecutivos cuja soma é 15.

- Quais são esses números?
- Calcule a medida do maior ângulo desse triângulo.
- Sendo α e β os outros dois ângulos do referido triângulo, com $\beta > \alpha$, mostre que $\sin^2 \beta - \sin^2 \alpha < \frac{1}{4}$.

10. Para representar um número natural positivo na base 2, escreve-se esse número como soma de potências de 2. Por exemplo: $13 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 1101$.

- Escreva o número $2^6 + 13$ na base 2.
- Quantos números naturais positivos podem ser escritos na base 2 usando-se exatamente cinco algarismos?
- Escolhendo-se ao acaso um número natural n tal que $1 \leq n \leq 2^{50}$, qual a probabilidade de que sejam usados exatamente quarenta e cinco algarismos para representar o número n na base 2?

11. Considere a equação: $2ix^2 + \frac{1-i}{x^2} + 7ix + \frac{1-i}{x} + 4 = 0$.

- a) Mostre que $x = i$ é raiz dessa equação.
b) Encontre as outras raízes da mesma equação.

12. Seja **P** um ponto do espaço **eqüidistante** dos vértices **A**, **B** e **C** de um triângulo cujos lados medem 8cm, 8cm e 9,6cm. Sendo $d(\mathbf{P}, \mathbf{A}) = 10\text{cm}$, calcule:

- a) o raio da circunferência circunscrita ao triângulo **ABC**;
b) a altura do tetraedro, **não regular**, cujo vértice é o ponto **P** e cuja base é o triângulo **ABC**.

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

