



Nível

3

007

Ensino Médio

2ª FASE – 20 de outubro de 2007

Parabéns pelo seu desempenho na 1ª Fase da OBMEP. É com grande satisfação que contamos agora com sua participação na 2ª Fase. Desejamos que você faça uma boa prova e que ela seja um estímulo para aumentar seu gosto e alegria em estudar Matemática.

Um abraço da Equipe da OBMEP!

BRASIL
UM PAÍS DE TODOS

impa



**SOCIEDADE
BRASILEIRA
DE MATEMÁTICA**

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta acima estão corretos. Escreva seu nome e endereço completos no quadro abaixo e assine no local indicado. Assine também a lista de presença.

2. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.

3. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova entregue-a ao aplicador.

4. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.

5. Na correção serão consideradas todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões.

6. Respostas sem justificativa não serão consideradas na correção.

7. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta.

8. Não é permitido comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador.

9. Não escreva nos espaços sombreados.

“Eu não tenho o hábito da leitura. Eu tenho paixão da leitura. O livro sempre foi para mim uma fonte de encantamento. Eu leio com prazer, leio com alegria.”

Ariane Suarwa

Os nomes usados nesta prova são de personagens da obra do grande escritor brasileiro Ariano Suassuna, que a OBMEP homenageia por ocasião de seu 80º aniversário.

Dados do aluno

[illegible]

Endereço completo do aluno					

[illegible]

Complemento

[illegible]

CEP

--	--	--	--	--	--	--	--

Cidade

[illegible]

UF

--	--

Assinatura

--

DDD

--	--

Telephone (opcional)

--	--	--	--	--	--	--	--

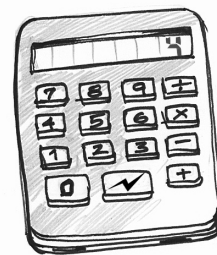
	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional							
	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Nacional							

(1) A calculadora do Dodó tem uma tecla especial com o símbolo $\swarrow$. Se o visor mostra um número x diferente de 2, ao apertar $\swarrow$ aparece o valor de $\frac{2x-3}{x-2}$.

(a) Se o Dodó colocar 4 no visor e apertar $\swarrow$, qual número vai aparecer?

(b) Dodó colocou um número no visor e, ao apertar $\swarrow$, apareceu o mesmo número. Quais são os números que ele pode ter colocado no visor?

(c) Dodó percebeu que, colocando o 4 no visor e apertando $\swarrow$ duas vezes, aparece de novo o 4; da mesma forma, colocando o 5 e apertando $\swarrow$ duas vezes, aparece de novo o 5. O mesmo vai acontecer para qualquer número diferente de 2? Explique.



(a)

--	--

(b)

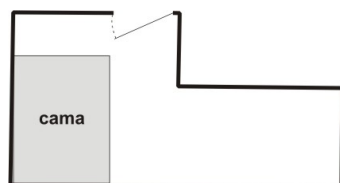
--	--

(c)

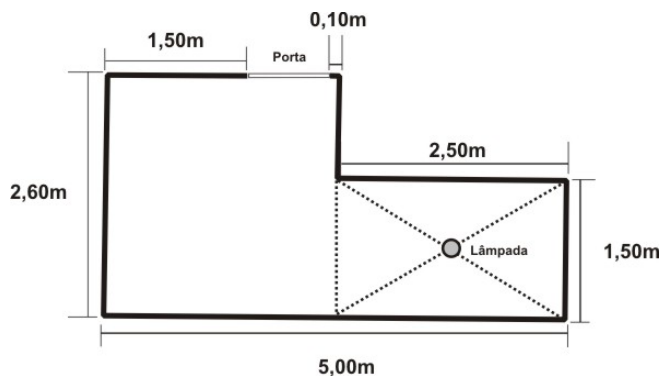
TOTAL

(2) A figura mostra a planta do quarto do Pinhão. Todos os ângulos entre paredes são retos e a porta tem 90 cm de largura. Nessa questão, não consideramos a espessura das paredes.

(a) Uma lâmpada foi colocada no teto, na posição indicada na figura. Desenhe na planta a parte do chão que **não** será iluminada diretamente por essa lâmpada e calcule a área dessa parte.



(b) A cama do Pinhão mede 2,00 m por 1,60 m e foi colocada na posição indicada na figura ao lado. Nessa situação, é possível abrir a porta sem que ela toque na cama? Por quê?



(a)

(b)



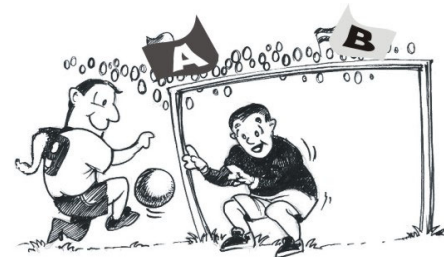
TOTAL

(3) Os times A , B , C , D e E disputaram, entre si, um torneio de futebol com as seguintes regras:

- o vencedor de uma partida ganha 3 pontos e o perdedor não ganha nada;
- em caso de empate cada um dos times ganha 1 ponto;
- cada time joga exatamente uma vez com cada um dos outros.

O campeão do torneio foi o time A , seguido na classificação por B , C , D e E , nessa ordem. Além disso

- o time A não empatou nenhuma partida;
- o time B não perdeu nenhuma partida;
- todos os times terminaram o torneio com números diferentes de pontos.



(a) O time A ganhou, perdeu ou empatou sua partida contra o time B ? Por quê?

(b) Com quantos pontos o time A terminou o torneio? Por quê?

(c) Explique porque o time B obteve um número par de pontos nesse torneio.

(d) Na tabela, cada coluna representa uma partida. Sabendo que ocorreram exatamente 5 empates nesse torneio, desenhe, em cada coluna da tabela, um círculo em volta do nome do time ganhador ou em volta do x , em caso de empate.

(a)

--	--

(b)

--	--

(c)

--	--

(d)

A	A	A	A	B	B	B	C	C	D
x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
B	C	D	E	C	D	E	D	E	E

--	--

--	--

TOTAL

(4) Fernando e Isaura inventaram um jogo diferente, cujas regras são as seguintes:

1. eles começam uma partida com 128 palitos cada um;
2. em cada jogada, eles tiram par ou ímpar; se sai par, Fernando dá metade dos palitos que tem para Isaura e, se sai ímpar, Isaura dá a metade dos palitos que tem para Fernando.
3. eles repetem o procedimento da regra 2 até que um deles fique com um número ímpar de palitos, quando a partida acaba. Ganha quem ficar com maior número de palitos.



Veja o que acontece em uma partida onde a sequência das três primeiras jogadas é **par, ímpar, par**:

Fernando	Isaura	→ par →	Fernando	Isaura	→ ímpar →	Fernando	Isaura	→ par →	Fernando	Isaura	...
128	128	1ª jogada	64	192	2ª jogada	160	96	3ª jogada	80	176	

- Complete o esquema com o número de palitos de Fernando e Isaura, de acordo com as jogadas indicadas.
- Uma partida acabou quando Fernando ficou com 101 palitos. Na última jogada saiu par ou ímpar?
- Qual foi a sequência de pares e ímpares da partida que acabou quando Fernando ficou com 101 palitos?
- Mostre que qualquer partida acaba com exatamente sete jogadas.

(a)	Fernando	Isaura	→ ímpar →	Fernando	Isaura	→ ímpar →	Fernando	Isaura	→ par →	Fernando	Isaura	...
	128	128	1ª jogada			2ª jogada			3ª jogada			

(b)												
-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(c)												
-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(d)												
-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

TOTAL			

(5) O Grêmio Estudantil de Taperoá vai dar uma festa, vendendo ingressos a R\$ 6,00. Para estimular a compra antecipada de ingressos, os diretores do Grêmio decidiram que:

- os ingressos serão numerados a partir do número 1 e vendidos obedecendo à ordem crescente de sua numeração;
- ao final da festa, cada participante receberá R\$ 0,01 para cada ingresso vendido que tenha um número maior que o número do seu ingresso.

(a) Se forem vendidos 100 ingressos, quanto vai receber, ao final da festa, a pessoa que comprou o ingresso com o número 1? E a que comprou o ingresso com o número 70?

(b) Qual será o lucro do Grêmio se forem vendidos 100 ingressos?

(c) Quantos ingressos o Grêmio deve vender para ter o maior lucro possível?



(a)

--	--

(b)

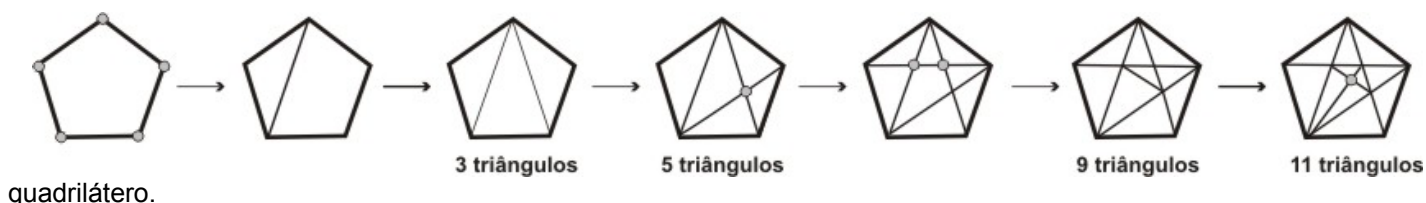
--	--

(c)

TOTAL	

- (6) Dado um pentágono regular, dizemos que um ponto é *legal* quando:
- ele é um dos vértices do pentágono, ou
 - ele é a interseção de segmentos cujos extremos são pontos legais; esses segmentos são chamados *segmentos legais*.

A figura mostra como *triangular legalmente* (isto é, decompor em partes triangulares usando **somente** segmentos legais) um pentágono em 3, 5, 9 e 11 triângulos. Os pequenos círculos indicam os pontos legais que aparecem a cada etapa. Note que a decomposição na quinta etapa **não** é uma triangulação legal, pois uma de suas partes é um



quadrilátero.

- (a) Desenhe uma triangulação legal do pentágono em 7 triângulos.

- (b) Mostre como triangular legalmente o pentágono em qualquer número ímpar (maior que 1) de triângulos (a figura ao lado pode ajudar).



- (c) Mostre que não é possível triangular legalmente o pentágono em um número par de triângulos.

(a)

--	--

(b)

--	--

(c)

TOTAL	

RASCUNHO

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

