

BERNOULLI COLÉGIO E PRÉ-VESTIBULAR



http://www.colegiobernoulli.com.br/bernoulli_resolve/

Matemática – Questão 01

Milho, soja e feijão foram plantados nas regiões P e Q, com ajuda dos fertilizantes X, Y e Z. A matriz A indica a área plantada de cada cultura, **em hectares**, por região:

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{milho} & \text{soja} & \text{feijão} \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 50 & 20 & 20 \\ 40 & 10 & 30 \end{bmatrix} & \begin{matrix} \leftarrow P \\ \leftarrow Q \end{matrix} \end{matrix}$$

A matriz B indica a massa usada de cada fertilizante, **em kg**, por hectare, em cada cultura:

$$B = \begin{matrix} & \begin{matrix} X & Y & Z \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 10 & 20 & 15 \\ 15 & 20 & 20 \\ 30 & 20 & 30 \end{bmatrix} & \begin{matrix} \leftarrow \text{milho} \\ \leftarrow \text{soja} \\ \leftarrow \text{feijão} \end{matrix} \end{matrix}$$

1. **CALCULE** a matriz $C = AB$.
2. **EXPLIQUE** o significado de C_{23} , o elemento da segunda linha e terceira coluna da matriz C.

RESOLUÇÃO:

$$1. \quad C = \begin{bmatrix} 50 & 20 & 20 \\ 40 & 10 & 30 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 20 & 15 \\ 15 & 20 & 20 \\ 30 & 20 & 30 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{matrix} & \begin{matrix} X & Y & Z \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1400 & 1800 & 1750 \\ 1450 & 1600 & 1700 \end{bmatrix} & \begin{matrix} \leftarrow P \\ \leftarrow Q \end{matrix} \end{matrix}$$

2. C_{23} corresponde à massa de fertilizante Z usada na área Q

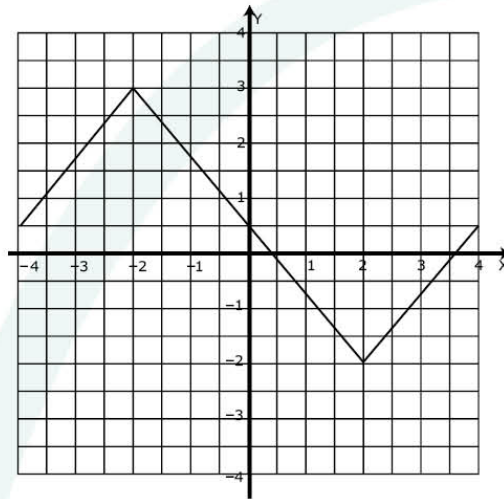
Matemática – Questão 02

Seja f uma função real tal que

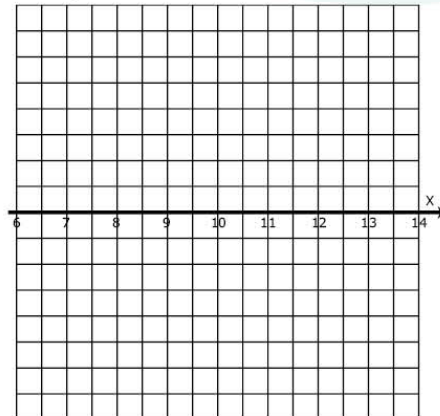
$$f(x + 8) = f(x)$$

para todo x real.

O gráfico de f para $-4 \leq x \leq 4$ é apresentado nesta figura:



1. CALCULE $f\left(\frac{7}{4}\right)$.
2. CALCULE $f(31)$.
3. FAÇA o esboço do gráfico de f para $6 \leq x \leq 14$.



RESOLUÇÃO:

1. O ponto de abscissa $7/4$ está presente no segundo segmento de reta mostrado no gráfico.

$$(-2, 3) \text{ e } (2, -2) \text{ pertence a esse segmento, logo sua equação será } f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{1}{2} \quad f\left(\frac{7}{4}\right) = -\frac{27}{16}$$

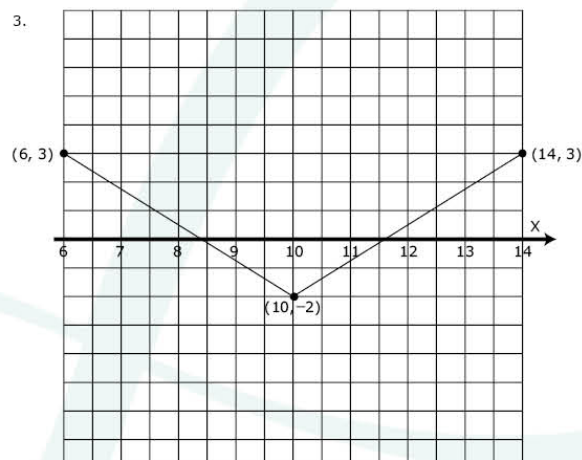
2. Como $f(x + 8) = f(x)$, temos:

$$f(31) = f(23) = f(15) = f(7) = f(-1)$$

Como a abscissa -1 também pertence ao segundo segmento de reta do gráfico, temos:

$$f(-1) = 7/4, \text{ logo } f(31) = 7/4.$$

- 3.



Matemática – Questão 03

As dimensões a , b e c , **em cm**, de um paralelepípedo retângulo são as raízes do polinômio $p(x) = 6x^3 - 44x^2 + 103x - 77$

1. **CALCULE** o volume desse paralelepípedo.
2. **CALCULE** a soma das áreas das faces desse paralelepípedo.
3. **CALCULE** o comprimento da diagonal desse paralelepípedo.

RESOLUÇÃO:

1. $V = a \cdot b \cdot c$

Como a , b , c são raízes do polinômio, de acordo com as relações de Girard, o produto das raízes será dado por:

$$V = \frac{77}{6} \text{ cm}^3$$

2. $S = 2(ab + ac + bc)$

Usando as relações de Girard, o produto, duas a duas, das raízes será:

$$ab + ac + bc = \frac{103}{6}, \text{ assim, a soma das áreas das faces será:}$$

$$s = \frac{103}{3} \text{ cm}^2$$

3. $D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2},$

$$\text{mas, } a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + ac + bc).$$

De acordo com as relações de Girard, a soma das raízes, $a + b + c = \frac{22}{3}$

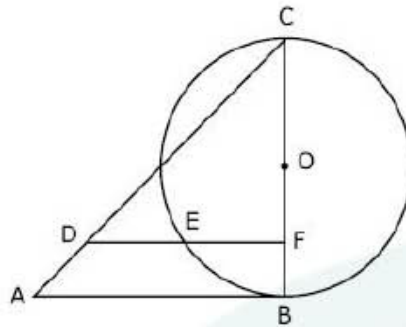
$$a^2 + b^2 + c^2 = \left(\frac{22}{3}\right)^2 - 2\left(\frac{103}{6}\right)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = \frac{175}{9}, \text{ assim}$$

$$D = \frac{\sqrt{175}}{3} \text{ cm}$$

Matemática – Questão 04

Nesta figura, está representada uma circunferência de centro O :

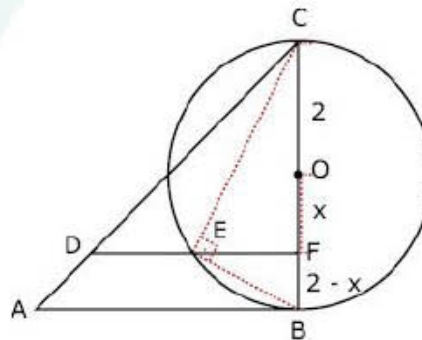


Sabe-se que

- os segmentos AB e BC medem, cada um, 4 cm ;
- a reta AB tangencia a circunferência no ponto B ;
- o segmento DF é perpendicular ao diâmetro BC ; e
- E pertence à circunferência e é o ponto médio do segmento DF .

CALCULE o comprimento do segmento OF .

RESOLUÇÃO:



Como $\triangle CEB$ está inscrito numa semicircunferência, temos que o ângulo $\hat{E}$ é reto. Além disso, como o $\triangle ABC$ é isósceles, sendo $DF \parallel AB$, o $\triangle DFC$ também é isósceles. Assim:

$$DF = x + 2$$

$$EF = \frac{x + 2}{2}$$

Utilizando relações métricas no $\triangle BEC$, fica:

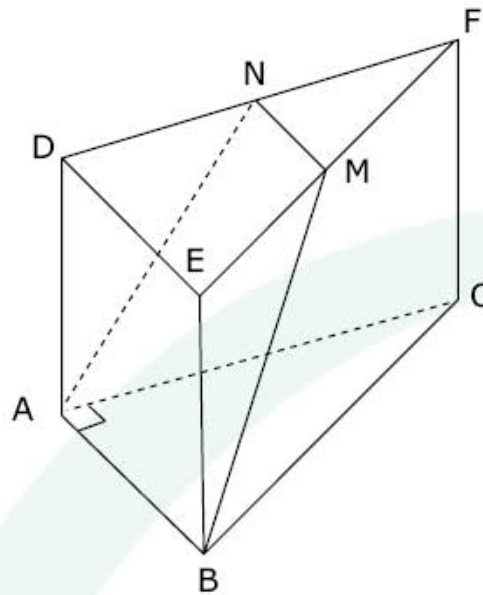
$$(EF)^2 = FC \cdot FB$$

$$\left(\frac{x + 2}{2}\right)^2 = (2 + x)(2 - x)$$

$$x = OF = \frac{6}{5}\text{ cm}$$

Matemática – Questão 05

Nesta figura, está representado o prisma reto $ABCDEF$, cuja base é um triângulo retângulo, em que $\widehat{BAC}$ é o ângulo reto:



Sabe-se que

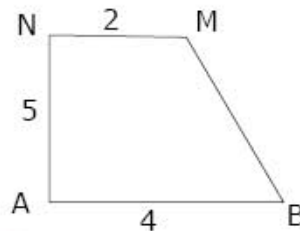
- as arestas AB , AC e AD medem, respectivamente, 4 cm , 8 cm e 3 cm ; e
- M e N são, respectivamente, os pontos médios dos segmentos EF e DF .

1. **CALCULE** a área do quadrilátero $ABMN$.
2. **CALCULE** o volume do sólido $ABEDMN$.

RESOLUÇÃO:

1.

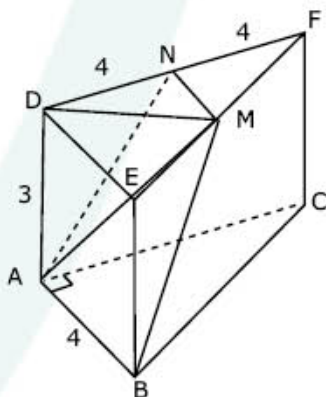
$$\begin{aligned} AB &= 4\text{ cm} \\ AN &= 5\text{ cm} \\ NM &= 2\text{ cm} \end{aligned}$$



$$A_{ABMN} = \frac{(4 + 2) \cdot 5}{2}$$

$$A_{ABMN} = 15\text{ cm}^2$$

2.



$$V = V_{\text{pirâmide ABDEM}} + V_{\text{pirâmide ADN}}M$$

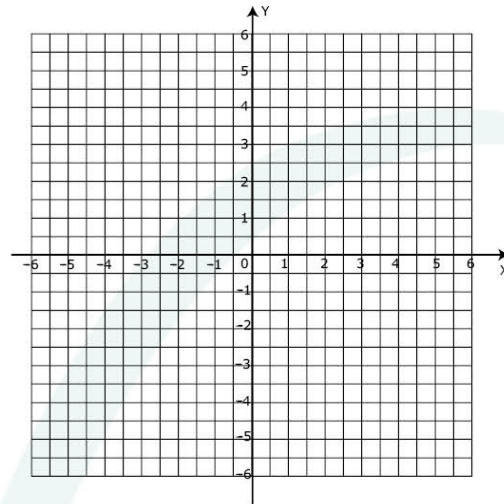
$$V = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 4 + \frac{1}{3} \cdot \frac{4 \cdot 3}{2} \cdot 2$$

$$V = 20\text{ cm}^3$$

Matemática – Questão 06

Seja S o conjunto de números complexos z tais que $|z - (2 + 4i)| = 2$.

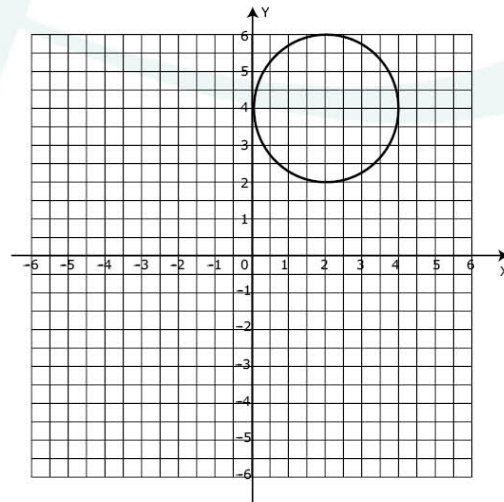
1. No plano complexo a seguir, **FAÇA** o esboço de S , sendo $z = x + iy$, com x e y números reais.



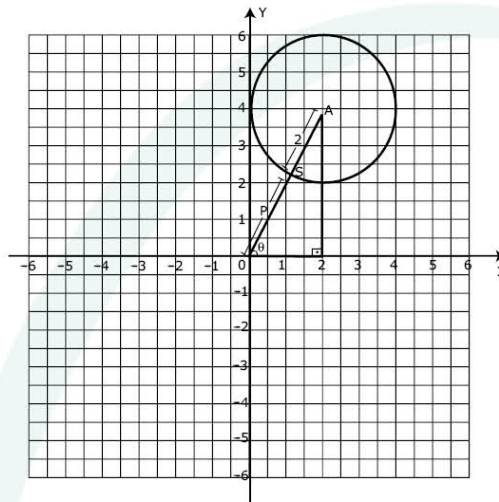
2. **DETERMINE** o ponto de S **mais** próximo da origem.

RESOLUÇÃO:

1.



2.



$$OA = 2\sqrt{5}$$

$$\rho = 2\sqrt{5} - 2$$

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\sin \theta = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

como o número z mais próximo da origem pode ser escrito como

$$z = \rho (\cos \theta + i \sin \theta)$$

$$z = (2\sqrt{5} - 2) \left(\frac{\sqrt{5}}{5} + i \frac{2\sqrt{5}}{5} \right)$$

Matemática – Questão 07

Vinte alunos de uma escola, entre os quais, Gabriel, Mateus e Roger, formam uma fila aleatoriamente.

1. **DETERMINE** a probabilidade de essa fila ser formada de tal modo que Gabriel, Mateus e Roger apareçam juntos, em qualquer ordem.
2. **DETERMINE** a probabilidade de essa fila ser formada de tal modo que, entre Gabriel e Mateus, haja, exatamente, cinco outros alunos.

RESOLUÇÃO:

$$1. p = \frac{\text{parte}}{\text{todo}}$$

Todo = $20!$ → corresponde a todas as formas da fila ser formada.

Parte = $3! \cdot 18!$ → Como Gabriel, Mateus e Roger irão aparecer juntos, é como se eles formassem, juntos, um só elemento da fila. Como a ordem não importa, devemos permutá-los. Assim

$$p = \frac{3! \cdot 18!}{20!} = \frac{3}{190}$$

$$2. p = \frac{\text{parte}}{\text{todo}}$$

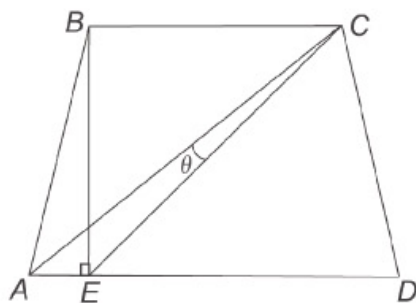
Todo = $20!$

Parte = $2 \cdot 14 \cdot 18!$ → Como sempre deve existir cinco alunos entre Gabriel e Mateus, esse grupo de sete pessoas corresponde a um só elemento da fila. Esse elemento pode se posicionar em qualquer um dos 14 lugares que agora existem, além disso Gabriel e Mateus podem se alternar em suas posições.

$$p = \frac{2! \cdot 14 \cdot 18!}{20!} = \frac{7}{95}$$

Matemática – Questão 08

Nesta figura, está representado o trapézio isósceles $ABCD$:



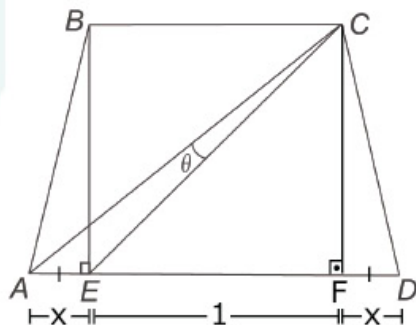
Sabe-se que

- Os segmentos AC e AD têm o mesmo comprimento;
- O segmento BE é perpendicular ao segmento AD ;
- Os segmentos BC e BE medem, cada um, 1 cm .

1. **CALCULE** o comprimento do segmento AE .
2. **CALCULE** a tangente do ângulo θ .

RESOLUÇÃO:

1.



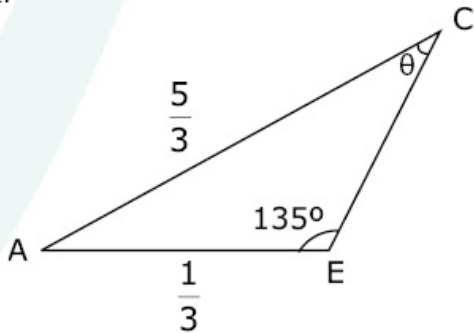
$$AC = AD = 1 + 2x$$

No $\triangle ACF$, temos:

$$(1+2x)^2 = 1^2 + (1+x)^2$$

$$x = AE = \frac{1}{3} \text{ cm}$$

2.



$$AC = 1 + 2x = \frac{5}{3}$$

Pela lei dos senos, temos

$$\frac{\sin \theta}{\frac{1}{3}} = \frac{\sin 135}{\frac{5}{3}}$$

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{10}$$

Da relação fundamental:

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\cos \theta = \frac{7}{5\sqrt{2}}$$

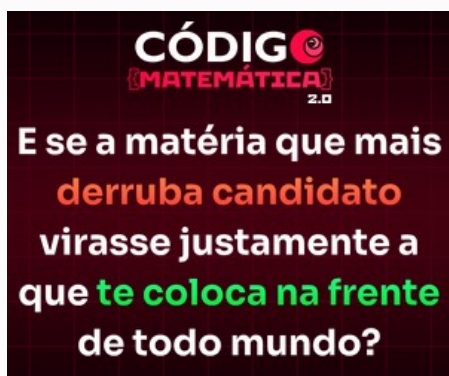
$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{1}{7}$$

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

