

vestibular estadual 2004

UERJ | UENF | APM D. João VI

PADRÃO DE RESPOSTAS

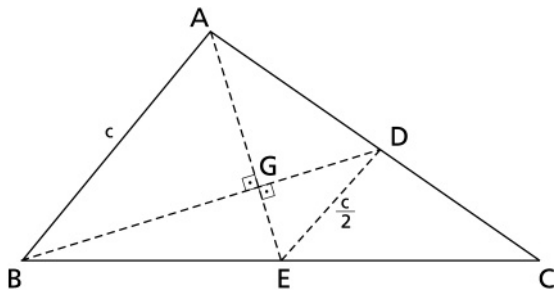
(valor de cada questão = 2,0 pontos)

Questão	Resposta
1	A) número de questões corretas = a número de questões erradas ou não-respondidas = e pontuação nula $\rightarrow e = 4a$ $4a + a = 100$ $5a = 100$ $a = 20 \rightarrow$ pontuação nula número mínimo de questões corretas para obter pontuação maior que zero = 21
	B) $\begin{cases} a + e = 100 \\ a - \frac{e}{4} = 60 \end{cases}$ $\begin{cases} a + e = 100 \\ 4a - e = 240 \end{cases}$ $5a = 340$ número mínimo de questões corretas para ser aprovado: 68
2	A) $\text{sen}\left[\frac{2\pi}{365}(t-101)\right] = -1$ $\frac{2\pi}{365}(t-101) = -\frac{\pi}{2}$ $t = \frac{39}{4} \therefore t \cong 9,75$ dias dia no qual a temperatura será a menor possível: 10 de janeiro
	B) $C = \frac{5}{9}(F-32) \therefore 0^\circ\text{C} = 32^\circ\text{F}$ $50 \text{sen}\left[\frac{2\pi}{365}(t-101)\right] + 7 < 32$ $\text{sen}\left[\frac{2\pi}{365}(t-101)\right] < \frac{1}{2}$

2	As soluções são da forma: $\frac{5\pi}{6} + 2k\pi < \alpha < \frac{13\pi}{6} + 2k\pi \text{ em que } \alpha = \left[\frac{2\pi}{365}(t - 101) \right] \text{ e } k \in \mathbb{Z}$ Escolhendo, sem perda de generalidade, $k = 0$, temos: $\frac{5\pi}{6} < \frac{2\pi}{365}(t - 101) < \frac{13\pi}{6} \therefore 253,1 < t < 496,4 \therefore 254 \leq t \leq 496$ número total de dias em que se esperam temperaturas abaixo de 0°C: $496 - 254 + 1 = \mathbf{243}$
3	A) A equação de uma reta paralela a $y = 3x + 2$ é $y = 3x + c$, em que c é uma constante real. $\begin{cases} y = 2x^2 \\ y = 3x + c \end{cases} \rightarrow 2x^2 - 3x - c = 0$ Para que as curvas só tenham um ponto de interseção $\rightarrow \Delta = 0 \therefore c = -\frac{9}{8}$ equação da reta (t): $y = 3x - \frac{9}{8}$ ou $24x - 8y - 9 = 0$ Como $\Delta = 0$, temos $x = -\frac{(-3)}{2 \times 2} = \frac{3}{4}$ Substituindo na equação da reta (t), temos $y = \frac{9}{8}$ coordenadas do ponto $P = \left(\frac{3}{4}; \frac{9}{8} \right)$ B) Interseção da parábola com a reta (r): $\begin{cases} y = 3x \\ y = 2x^2 \end{cases} \Rightarrow 2x^2 - 3x = 0 \therefore x = 0 \text{ ou } x = \frac{3}{2}$ pontos $A(0; 0)$ e $B\left(\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right)$ Interseção da parábola com a reta (s): $\begin{cases} y = 3x + 2 \\ y = 2x^2 \end{cases} \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ ou } x = 2$ pontos $C\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ e $D(2; 8)$

3	bases do trapézio: $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ $\overline{AB} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{10}}{2}$ $\overline{CD} = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{15}{2}\right)^2} = \frac{5\sqrt{10}}{2}$ altura do trapézio = distância entre (r) e (s) $\Rightarrow \frac{3 \times 0 - 0 + 2}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{10}}$ $\text{área do trapézio} = \frac{\left(\frac{3\sqrt{10}}{2} + \frac{5\sqrt{10}}{2}\right)}{2} \times \frac{2}{\sqrt{10}} = 4$												
4	A) Dimensões da caixa: base = $(30 - 2x)$ cm largura = $(16 - 2x)$ cm área lateral = $2x(30 - 2x) + 2x(16 - 2x) = 92x - 8x^2$ $92x - 8x^2 = 204 \therefore 2x^2 - 23x + 51 = 0 \therefore x = 3$ ou $x = 8,5$ menor das dimensões = $(16 - 2x)$ cm $\therefore 0 < x < 8$. Logo, $x = 3$ lado do maior quadrado a ser cortado = 3 cm B) Volume = $x(30 - 2x)(16 - 2x) = 4x^3 - 92x^2 + 480x$ $4x^3 - 92x^2 + 480x = 600 \therefore x^3 - 23x^2 + 120x - 150 = 0$ Menor das dimensões = $(16 - 2x)$ cm $\therefore 0 < x < 8$ As raízes positivas menores que 8 estão entre os divisores positivos de 150 menores que 8, que são 1; 2; 3; 5; 6. Por Briot Ruffini: <table><tr><td>5</td><td> </td><td>1</td><td>-23</td><td>120</td><td>-150</td></tr><tr><td></td><td> </td><td>1</td><td>-18</td><td>30</td><td>0</td></tr></table> $x^3 - 23x^2 + 120x - 150 = (x - 5)(x^2 - 18x + 30) = (x - 5)(x - x_1)(x - x_2)$, com $x_1 = 9 + \sqrt{51}$ e $x_2 = 9 - \sqrt{51}$ $x_1 > 8$ e $x_2 < 2 \Rightarrow x_1$ está fora do domínio e x_2 é menor do que 5. Lado do maior quadrado a ser cortado = 5 cm	5		1	-23	120	-150			1	-18	30	0
5		1	-23	120	-150								
		1	-18	30	0								

5	A) número de sanduíches diferentes: 3 tipos de pão, 2 tamanhos, de 1 até 5 recheios $3 \times 2 \times (2^5 - 1) =$ $6 \times 31 = \mathbf{186}$ B) número de sanduíches: 2 tipos de pão, 1 tamanho, 2 dentre 5 recheios $2 \times 1 \times C_5^2 =$ $2 \times \frac{5!}{2!3!} = 5 \times 4 = \mathbf{20}$
6	A) $R_{\theta_1} \times R_{\theta_2} = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 \end{bmatrix} =$ $\begin{bmatrix} \cos\theta_1 \cos\theta_2 - \sin\theta_1 \sin\theta_2 & -\sin\theta_2 \cos\theta_1 - \sin\theta_1 \cos\theta_2 \\ \sin\theta_1 \cos\theta_2 + \cos\theta_1 \sin\theta_2 & -\sin\theta_1 \sin\theta_2 + \cos\theta_1 \cos\theta_2 \end{bmatrix} =$ $R_{\theta_1 + \theta_2} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2) & -\sin(\theta_1 + \theta_2) \\ \sin(\theta_1 + \theta_2) & \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix}$ Utilizando as fórmulas de adição, temos: $\begin{bmatrix} \cos\theta_1 \cos\theta_2 - \sin\theta_1 \sin\theta_2 & -\sin\theta_1 \cos\theta_2 - \sin\theta_2 \cos\theta_1 \\ \sin\theta_1 \cos\theta_2 + \sin\theta_2 \cos\theta_1 & \cos\theta_1 \cos\theta_2 - \sin\theta_1 \sin\theta_2 \end{bmatrix} = R_{\theta_1} \times R_{\theta_2}$ B) A matriz $-I$ representa a transformação do vetor v em $-v$. Portanto, trata-se de uma rotação de 180 graus. Para obtermos este resultado devemos executar 3 rotações sucessivas de 60 graus. $\theta = \mathbf{60^\circ} \text{ ou } \frac{\pi}{3} \text{ rad}$
7	A) Substituindo os dados: $T_0 = 20^\circ\text{C}$, $T(0) = 100^\circ\text{C}$ e $T\left(\frac{1}{3}\right) = 40^\circ\text{C}$ na relação $T = T_0 + ke^{-ct}$, encontraremos: $e^{-\frac{c}{3}} = \frac{1}{4}$ Como queremos $T\left(\frac{5}{6}\right)$, basta observarmos que $\frac{5}{6} = \frac{1}{3} \times \frac{5}{2}$. $T\left(\frac{5}{6}\right) = 20 + 80 \left(e^{-\frac{c}{3}} \right)^{\frac{5}{2}} = 20 + 80 \left(\frac{1}{4} \right)^{\frac{5}{2}} = 20 + 80 \times \frac{1}{32} = \mathbf{22,5^\circ\text{C}}$ B) Pela lei do resfriamento, teremos: $50 = 20 + 80e^{-ct}$ ou seja $e^{-ct} = \frac{3}{8}$. Como $e^{-c} = \frac{1}{64}$, teremos $\left(\frac{1}{64}\right)^t = \frac{3}{8}$

7	Usando logaritmos: $t = \frac{3\ln 2 - \ln 3}{6\ln 2} = \frac{1}{2} - \frac{1,1}{4,2} = \frac{1}{2} - \frac{11}{42} = \frac{21-11}{42} = \frac{10}{42} = \frac{5}{21}h = \frac{5}{21} \times 60 \text{ min} \cong 15 \text{ min}$
8	A)  $x = \text{medida de AE}$ $y = \text{medida de BD}$ Temos: $AG = \frac{2x}{3} \text{ e } GE = \frac{x}{3}$ $BG = \frac{2y}{3} \text{ e } GD = \frac{y}{3}$ Pitágoras: $\left(\frac{c}{2}\right)^2 = \left(\frac{x}{3}\right)^2 + \left(\frac{y}{3}\right)^2 ; c^2 = \left(\frac{2x}{3}\right)^2 + \left(\frac{2y}{3}\right)^2$ $\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \left(\frac{x}{3}\right)^2 + \left(\frac{2y}{3}\right)^2 ; \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{y}{3}\right)^2 + \left(\frac{2x}{3}\right)^2$ Logo $\left(\frac{c}{2}\right)^2 + c^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2$ $\frac{5c^2}{4} = \frac{a^2 + b^2}{4}$ $c = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{5}}$ B) $\triangle ADG$ e $\triangle BEG$ são retângulos. $S_{ADG} = \frac{\frac{2x}{3} \cdot \frac{y}{3}}{2} = \frac{xy}{9} \quad S_{BEG} = \frac{\frac{2y}{3} \cdot \frac{x}{3}}{2} = \frac{xy}{9}$ $S_{ADG} = S_{BEG}$ $\frac{S_{ADG}}{S_{BEG}} = 1$

9	A) Volume da embalagem menor = $\pi \times 4^2 \times 5 = 80 \pi \text{ cm}^3$ Volume da embalagem maior = $\pi \times 5^2 \times 8 = 200 \pi \text{ cm}^3$ Se embalagem menor = 200 g de manteiga, densidade = $\frac{200 \text{ g}}{80 \pi \text{ cm}^3} = \frac{5}{2\pi} \text{ g/cm}^3$. Logo, embalagem maior = $200\pi \times \frac{5}{2\pi} = \mathbf{500 \text{ g de manteiga.}}$ B) Embalagem maior = $\frac{4,00}{500} = \frac{1}{125}$ Logo 200 g $\rightarrow$ R\$ 1,60 na embalagem maior. Se 200 g de manteiga = R\$1,75 na embalagem menor, então a embalagem maior apresenta o menor preço por unidade de medida.
10	A) Divisão do quadrilátero em 2 triângulos e cálculo das áreas desses triângulos: $A_1 = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -\frac{3}{2} & 0 & 1 \\ \frac{3}{2} & 4 & 1 \\ 5 & \frac{7}{2} & 1 \end{vmatrix} = 7,75$ $A_2 = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -\frac{3}{2} & 0 & 1 \\ 2 & \frac{1}{2} & 1 \\ 5 & \frac{7}{2} & 1 \end{vmatrix} = 4,5$ área total no mapa = $12,25 \text{ cm}^2$ escala: $1 \text{ cm} = 100 \text{ km}$ $12,25 \text{ cm}^2 = 12,25 \times 10.000 \text{ km}^2 = \mathbf{122.500 \text{ km}^2}$ B) Sejam A, B, C e P dados, respectivamente, por $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$, $\left(\frac{3}{2}, 4\right)$, $\left(2, \frac{1}{2}\right)$ e (x, y). Resolvendo $PA = PB = PC$, chegaremos ao sistema $\begin{cases} 3x + 4y = 8 \\ 7x + y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} 3x + 4y = 8 \\ -28x - 4y = -8 \end{cases}$ $-25x = 0 \therefore x = 0$ e $y = 2$ P = (0;2)

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

