

NOTAÇÕES

$\mathbb{C}$: conjunto dos números complexos.	$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} ; a \leq x \leq b\}$.
$\mathbb{Q}$: conjunto dos números racionais.	$]a, b[= \{x \in \mathbb{R} ; a < x < b\}$.
$\mathbb{R}$: conjunto dos números reais.	i : unidade imaginária ; $i^2 = -1$.
$\mathbb{Z}$: conjunto dos números inteiros.	$z = x + iy$, $x, y \in \mathbb{R}$.
$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$.	$\bar{z}$: conjugado do número complexo $z \in \mathbb{C}$.
$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots\}$.	$ z $: módulo do número complexo $z \in \mathbb{C}$.
$\emptyset$: conjunto vazio.	$\overline{AB}$: segmento de reta unindo os pontos A e B .
$A \setminus B = \{x \in A ; x \notin B\}$.	$m(\overline{AB})$: medida (comprimento) de $\overline{AB}$.

Questão 1. Considere os conjuntos $S = \{0, 2, 4, 6\}$, $T = \{1, 3, 5\}$ e $U = \{0, 1\}$ e as afirmações:

- I. $\{0\} \in S$ e $S \cap U \neq \emptyset$.
- II. $\{2\} \subset S \setminus U$ e $S \cap T \cap U = \{0, 1\}$.
- III. Existe uma função $f : S \rightarrow T$ injetiva.
- IV. Nenhuma função $g : T \rightarrow S$ é sobrejetiva.

Então, é(são) verdadeira(s)

- A () apenas I.
- B () apenas IV.
- C () apenas I e IV.
- D () apenas II e III.
- E () apenas III e IV.

Questão 2. Em uma mesa de uma lanchonete, o consumo de 3 sanduíches, 7 xícaras de café e 1 pedaço de torta totalizou R\$ 31,50. Em outra mesa, o consumo de 4 sanduíches, 10 xícaras de café e 1 pedaço de torta totalizou R\$ 42,00. Então, o consumo de 1 sanduíche, 1 xícara de café e 1 pedaço de torta totaliza o valor de

- A () R\$ 17,50.
- B () R\$ 16,50.
- C () R\$ 12,50.
- D () R\$ 10,50.
- E () R\$ 9,50.

Questão 3. Uma circunferência passa pelos pontos $A = (0, 2)$, $B = (0, 8)$ e $C = (8, 8)$. Então, o centro da circunferência e o valor de seu raio, respectivamente, são

- A () $(0, 5)$ e 6.
- B () $(5, 4)$ e 5.
- C () $(4, 8)$ e 5,5.
- D () $(4, 5)$ e 5.
- E () $(4, 6)$ e 5.

Questão 4. Sobre o número $x = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{3}$ é correto afirmar que

- A () $x \in]0, 2[$.
- B () x é racional.
- C () $\sqrt{2x}$ é irracional.
- D () x^2 é irracional.
- E () $x \in]2, 3[$.

Questão 5. Considere o triângulo de vértices A , B e C , sendo D um ponto do lado $\overline{AB}$ e E um ponto do lado $\overline{AC}$. Se $m(\overline{AB}) = 8\text{ cm}$, $m(\overline{AC}) = 10\text{ cm}$, $m(\overline{AD}) = 4\text{ cm}$ e $m(\overline{AE}) = 6\text{ cm}$, a razão das áreas dos triângulos ADE e ABC é

- A () $\frac{1}{2}$. B () $\frac{3}{5}$. C () $\frac{3}{8}$. D () $\frac{3}{10}$. E () $\frac{3}{4}$.

Questão 6. Em um triângulo retângulo, a medida da mediana relativa à hipotenusa é a média geométrica das medidas dos catetos. Então, o valor do cosseno de um dos ângulos do triângulo é igual a

- A () $\frac{4}{5}$. B () $\frac{2 + \sqrt{3}}{5}$. C () $\frac{1}{2}\sqrt{2 + \sqrt{3}}$.
D () $\frac{1}{4}\sqrt{4 + \sqrt{3}}$. E () $\frac{1}{3}\sqrt{2 + \sqrt{3}}$.

Questão 7. A circunferência inscrita num triângulo equilátero com lados de 6 cm de comprimento é a interseção de uma esfera de raio igual a 4 cm com o plano do triângulo. Então, a distância do centro da esfera aos vértices do triângulo é (em cm)

- A () $3\sqrt{3}$. B () 6 . C () 5 . D () 4 . E () $2\sqrt{5}$.

Questão 8. Uma esfera de raio r é seccionada por n planos meridianos. Os volumes das respectivas cunhas esféricas contidas em uma semi-esfera formam uma progressão aritmética de razão $\frac{\pi r^3}{45}$. Se o volume da menor cunha for igual a $\frac{\pi r^3}{18}$, então n é igual a

- A () 4 . B () 3 . C () 6 . D () 5 . E () 7 .

Questão 9. Considere um prisma regular em que a soma dos ângulos internos de todas as faces é 7200° . O número de vértices deste prisma é igual a

- A () 11 . B () 32 . C () 10 . D () 20 . E () 22 .

Questão 10. Em relação a um sistema de eixos cartesiano ortogonal no plano, três vértices de um tetraedro regular são dados por $A = (0, 0)$, $B = (2, 2)$ e $C = (1 - \sqrt{3}, 1 + \sqrt{3})$. O volume do tetraedro é

- A () $\frac{8}{3}$. B () 3 . C () $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. D () $\frac{5\sqrt{3}}{2}$. E () 8 .

Questão 11. No desenvolvimento de $(ax^2 - 2bx + c + 1)^5$ obtém-se um polinômio $p(x)$ cujos coeficientes somam 32 . Se 0 e -1 são raízes de $p(x)$, então a soma $a + b + c$ é igual a

- A () $-\frac{1}{2}$. B () $-\frac{1}{4}$. C () $\frac{1}{2}$. D () 1 . E () $\frac{3}{2}$.

Questão 12. O menor inteiro positivo n para o qual a diferença $\sqrt{n} - \sqrt{n-1}$ fica menor que $0,01$ é

- A () 2499 . B () 2501 . C () 2500 . D () 3600 . E () 4900 .

Questão 13. Seja $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ e $f : D \rightarrow D$ uma função dada por

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1}.$$

Considere as afirmações:

- I. f é injetiva e sobrejetiva.
- II. f é injetiva, mas não sobrejetiva.
- III. $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$, para todo $x \in D$, $x \neq 0$.
- IV. $f(x) \cdot f(-x) = 1$, para todo $x \in D$.

Então, são verdadeiras

- A () apenas I e III. B () apenas I e IV. C () apenas II e III.
D () apenas I, III e IV. E () apenas II, III e IV.

Questão 14. O número complexo $2 + i$ é raiz do polinômio

$$f(x) = x^4 + x^3 + px^2 + x + q,$$

com $p, q \in \mathbb{R}$. Então, a alternativa que mais se aproxima da soma das raízes reais de f é

- A () 4. B () -4. C () 6. D () 5. E () -5.

Questão 15. Considere a equação em x

$$a^{x+1} = b^{1/x},$$

onde a e b são números reais positivos, tais que $\ln b = 2 \ln a > 0$. A soma das soluções da equação é

- A () 0. B () -1. C () 1. D () $\ln 2$. E () 2.

Questão 16. O intervalo $I \subset \mathbb{R}$ que contém todas as soluções da inequação

$$\arctan \frac{1+x}{2} + \arctan \frac{1-x}{2} \geq \frac{\pi}{6}$$

é

- A () $[-1, 4]$. B () $[-3, 1]$. C () $[-2, 3]$. D () $[0, 5]$. E () $[4, 6]$.

Questão 17. Seja $z \in \mathbb{C}$ com $|z| = 1$. Então, a expressão $\left| \frac{1 - \bar{z}w}{z - w} \right|$ assume valor

- A () maior que 1, para todo w com $|w| > 1$.
B () menor que 1, para todo w com $|w| < 1$.
C () maior que 1, para todo w com $w \neq z$.
D () igual a 1, independente de w com $w \neq z$.
E () crescente para $|w|$ crescente, com $|w| < |z|$.

Questão 18. O sistema linear

$$\begin{cases} bx + y = 1 \\ by + z = 1 \\ x + bz = 1 \end{cases}$$

não admite solução se e somente se o número real b for igual a

- A () -1 . B () 0 . C () 1 . D () 2 . E () -2 .

Questão 19. Retiram-se 3 bolas de uma urna que contém 4 bolas verdes, 5 bolas azuis e 7 bolas brancas. Se P_1 é a probabilidade de não sair bola azul e P_2 é a probabilidade de todas as bolas saírem com a mesma cor, então a alternativa que mais se aproxima de $P_1 + P_2$ é

- A () $0,21$. B () $0,25$. C () $0,28$. D () $0,35$. E () $0,40$.

Questão 20. A distância focal e a excentricidade da elipse com centro na origem e que passa pelos pontos $(1, 0)$ e $(0, -2)$ são, respectivamente,

- A () $\sqrt{3}$ e $\frac{1}{2}$. B () $\frac{1}{2}$ e $\sqrt{3}$. C () $\frac{\sqrt{3}}{2}$ e $\frac{1}{2}$. D () $\sqrt{3}$ e $\frac{\sqrt{3}}{2}$. E () $2\sqrt{3}$ e $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

As questões dissertativas, numeradas de 21 a 30, devem ser resolvidas e respondidas no caderno de soluções.

Questão 21. Seja $a_1, a_2, \dots$ uma progressão aritmética infinita tal que

$$\sum_{k=1}^n a_{3k} = n\sqrt{2} + \pi n^2, \quad \text{para } n \in \mathbb{N}^*.$$

Determine o primeiro termo e a razão da progressão.

Questão 22. Seja C a circunferência de centro na origem, passando pelo ponto $P = (3, 4)$. Se t é a reta tangente a C por P , determine a circunferência C' de menor raio, com centro sobre o eixo x e tangente simultaneamente à reta t e à circunferência C .

Questão 23. Sejam A e B matrizes 2×2 tais que $AB = BA$ e que satisfazem à equação matricial $A^2 + 2AB - B = 0$. Se B é inversível, mostre que

- (a) $AB^{-1} = B^{-1}A$ e que (b) A é inversível.

Questão 24. Seja n o número de lados de um polígono convexo. Se a soma de $n - 1$ ângulos (internos) do polígono é 2004° , determine o número n de lados do polígono.

Questão 25. (a) Mostre que o número real $\alpha = \sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}}$ é raiz da equação $x^3 + 3x - 4 = 0$.

- (b) Conclua de (a) que α é um número racional.

Questão 26. Considere a equação em $x \in \mathbb{R}$

$$\sqrt{1+mx} = x + \sqrt{1-mx} \quad ,$$

sendo m um parâmetro real.

(a) Resolva a equação em função do parâmetro m .

(b) Determine todos os valores de m para os quais a equação admite solução não nula.

Questão 27. Um dos catetos de um triângulo retângulo mede $\sqrt[3]{2}$ cm. O volume do sólido gerado pela rotação deste triângulo em torno da hipotenusa é π cm³. Determine os ângulos deste triângulo.

Questão 28. São dados dois cartões, sendo que um deles tem ambos os lados na cor vermelha, enquanto o outro tem um lado na cor vermelha e o outro lado na cor azul. Um dos cartões é escolhido ao acaso e colocado sobre uma mesa. Se a cor exposta é vermelha, calcule a probabilidade de o cartão escolhido ter a outra cor também vermelha.

Questão 29. Obtenha todos os pares (x, y) , com $x, y \in [0, 2\pi]$, tais que

$$\operatorname{sen}(x+y) + \operatorname{sen}(x-y) = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{sen} x + \cos y = 1$$

Questão 30. Determine todos os valores reais de a para os quais a equação

$$(x-1)^2 = |x-a|$$

admita exatamente três soluções distintas.

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

