

Questão 19

Para dar R\$ 1,80 de troco a um cliente, o caixa de um supermercado pretende usar exatamente 20 moedas. Se ele dispõe apenas de moedas de 5 centavos, 10 centavos e 25 centavos, de quantos modos distintos ele pode compor tal quantia?

- a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

alternativa C

Sejam $x, y, z \in \mathbb{N}$ os totais de moedas de 5, 10 e 25 centavos que serão dadas de troco. Então, como R\$ 1,80 são 180 centavos:

$$\begin{cases} 5x + 10y + 25z = 180 \\ x + y + z = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y + 4z = 16 \\ x = 20 - y - z \end{cases}$$

Logo, considerando os possíveis valores de z , podemos ter $(x; y; z)$ igual a $(4; 16; 0)$, $(7; 12; 1)$, $(10; 8; 2)$, $(13; 4; 3)$ ou $(16; 0; 4)$, isto é, há 5 modos distintos de compor tal quantia.

Questão 20

Quando colocou 46,2 litros de gasolina no tanque de seu carro, Horácio observou que o ponteiro do marcador, que antes indicava estar ocupado $\frac{1}{5}$ da capacidade do tanque, passou a indicar $\frac{3}{4}$. Nessas condições, é correto afirmar que a capacidade total desse tanque, em litros, é

- a) 70 b) 84 c) 90 d) 96 e) 120

alternativa B

Seja x a capacidade total do tanque, em litros. Assim, $\frac{3}{4}x - \frac{1}{5}x = 46,2 \Leftrightarrow x = 84$ litros.

Questão 21

Se x e y são números reais tais que $\log_8 2^x = y + 1$ e $\log_3 9^y = x - 9$, então $x - y$ é igual a

- a) 5 b) 8 c) 10 d) 12 e) 15

alternativa E

Temos:

$$\begin{cases} \log_8 2^x = y + 1 \\ \log_3 9^y = x - 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2^{3y+3} \\ 3^{2y} = 3^{x-9} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y + 3 \\ 2y = x - 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 21 \\ y = 6 \end{cases}$$

Assim, $x - y = 21 - 6 = 15$.

Questão 22

Considere as seqüências $(1, 4, 7, 10, \dots, 67)$ e $(8, 12, 16, 20, \dots, 104)$. O número de termos comuns a essas duas progressões é

- a) 5 b) 6 c) 7 d) 8 e) 9

alternativa A

Admitindo que as seqüências dadas sejam progressões aritméticas, os termos da PA $(1, 4, 7, 10, \dots, 67)$ são da forma $3n + 1$, $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq n \leq 22$, e os termos da PA $(8, 12, 16, 20, \dots, 104)$ são da forma $4k$, $k \in \mathbb{N}$, $2 \leq k \leq 26$.

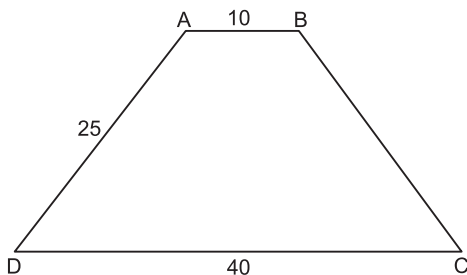
Assim, os termos comuns são tais que $3n + 1 = 4k \Leftrightarrow n = \frac{4k - 1}{3}$, com $\frac{4k - 1}{3} \leq 22 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 2 \leq k \leq 16.$$

Logo $n = \frac{4k - 1}{3} = k + \frac{k - 1}{3}$ é inteiro para k igual a 4, 7, 10, 13 ou 16, ou seja, as seqüências têm 5 termos comuns.

Questão 23

A figura abaixo representa um terreno com a forma de um trapézio isósceles, cujas dimensões indicadas são dadas em metros.

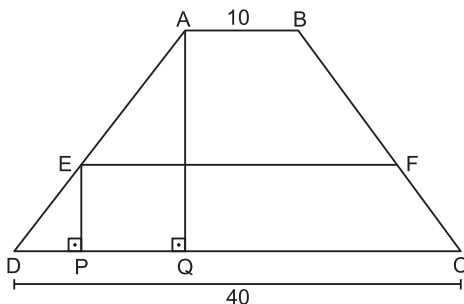


Pretende-se construir uma cerca paralela ao lado AB, de modo a dividir o terreno em duas superfícies de áreas iguais. O comprimento dessa cerca, em metros, deverá ser aproximadamente igual a

- a) 26 b) 29 c) 33 d) 35 e) 37

alternativa B

Na figura, EF representa a cerca que se pretende construir.



Seja $EF = x$. Como os trapézios $ABCD$ e $EFCD$ são isósceles, $DQ = \frac{40 - 10}{2} = 15$ e $DP = \frac{40 - x}{2}$.

Sejam $AQ = H$ e $EP = h$ as alturas dos trapézios $ABCD$ e $EFCD$, respectivamente. Pelo caso AA, os triângulos EDP e ADQ são semelhantes. Logo

$$\frac{EP}{AQ} = \frac{DP}{DQ} \Leftrightarrow \frac{h}{H} = \frac{\frac{40 - x}{2}}{15} \Leftrightarrow \frac{h}{H} = \frac{40 - x}{30}.$$

A área de $EFCD$ é metade da área de $ABCD$, isto é, $h \cdot \left(\frac{40 + x}{2}\right) = \frac{1}{2} \cdot H \cdot \left(\frac{40 + 10}{2}\right) \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{h}{H} (40 + x) = 25 \Leftrightarrow \frac{(40 - x)}{30} \cdot (40 + x) = 25 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{850} \approx 29 \text{ m}.$$

Questão 24

Numa visita ao zoológico, Zilá levou algumas bananas que distribuiu a três macacos. Ao primeiro, deu a metade do que levou e mais meia banana; ao segundo, a metade do restante e mais meia banana; ao terceiro, a metade do restante e mais meia banana. Se, assim, ela distribuiu todas as bananas que havia levado, quantas recebeu o segundo macaco?

- a) 8 b) 5 c) 4 d) 2 e) 1

alternativa D

Seja x o número total de bananas, o primeiro macaco recebeu $\frac{x}{2} + \frac{1}{2} = \frac{x+1}{2}$ bananas, o segun-

do recebeu $\frac{x - \left(\frac{x+1}{2}\right)}{2} + \frac{1}{2} = \frac{x+1}{4}$ bana-

nas e o terceiro $\frac{x - \left(\frac{x+1}{2}\right) - \left(\frac{x+1}{4}\right)}{2} + \frac{1}{2} = \frac{x+1}{8}$ bananas.

Assim, como ela distribuiu todas as bananas, $x = \frac{x+1}{2} + \frac{x+1}{4} + \frac{x+1}{8} \Leftrightarrow x = 7$ e o segundo macaco recebeu $\frac{7+1}{4} = 2$ bananas.

Questão 25

Considere que o material usado na confecção de um certo tipo de tapete tem um custo de R\$ 40,00. O fabricante pretende colocar cada tapete à venda por x reais e, assim, conseguir vender $(100 - x)$ tapetes por mês. Nessas condições, para que, mensalmente, seja obtido um lucro máximo, cada tapete deverá ser vendido por

- a) R\$ 55,00 b) R\$ 60,00 c) R\$ 70,00
d) R\$ 75,00 e) R\$ 80,00

alternativa C

O lucro obtido com cada tapete é $x - 40$ reais. Assim, o lucro total do fabricante é $f(x) = (100 - x)(x - 40)$ reais, $40 \leq x \leq 100$.

Como $f(x)$ tem raízes 40 e 100 e concavidade para baixo o lucro máximo é obtido para $x = \frac{40 + 100}{2} = \text{R\$ } 70,00$.

Questão 26

Aser, Bia, Cacá e Dedé fazem parte de um grupo de 8 pessoas que serão colocadas lado a lado para tirar uma única fotografia. Se os lugares em que eles ficarão posicionados forem aleatoriamente escolhidos, a probabilidade de que, nessa foto, Aser e Bia apareçam um ao lado do outro e Cacá e Dedé não apareçam um ao lado do outro será

- a) $\frac{5}{28}$ b) $\frac{3}{14}$ c) $\frac{7}{28}$ d) $\frac{2}{7}$ e) $\frac{9}{28}$

alternativa A

Há 8! fotografias possíveis.

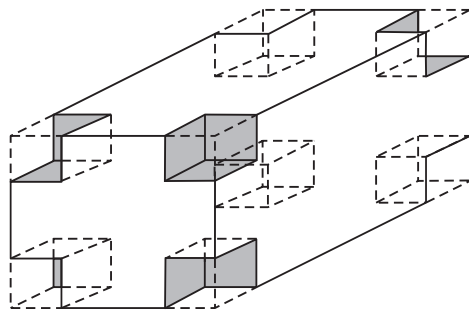
Para obter o número de fotografias nas quais Aser e Bia aparecem um ao lado do outro, consideramos tal par como uma única pessoa, ou seja, tomamos o total de permutações de 7 objetos e multiplicamos por 2!, o número de maneiras de introduzir tal par nessa permutação. Conseqüentemente são $7! \cdot 2!$ fotografias com Aser e Bia juntos. Analogamente, o número de fotografias nas quais Aser e Bia aparecem juntos e Cacá e Dedé também aparecem juntos é $6! \cdot 2! \cdot 2!$. Assim, há $7! \cdot 2! - 6! \cdot 2! \cdot 2!$ fotografias nas quais Aser e Bia aparecem um ao lado do outro e Cacá e Dedé não.

A probabilidade pedida é, portanto,

$$\frac{7! \cdot 2! - 6! \cdot 2! \cdot 2!}{8!} = \frac{6! \cdot 2! \cdot (7 - 2)}{8!} = \frac{5}{28}.$$

Questão 27

Para obter a peça esboçada na figura abaixo, um artesão deve recortar 8 cubos iguais, a partir dos vértices de um bloco maciço de madeira que tem as seguintes dimensões: 25 cm x 18 cm x 18 cm.



Se ele pretende que o peso da peça obtida seja 6,603 kg e sabendo que a densidade da madeira é $0,93 \text{ g/cm}^3$, a aresta de cada cubo recortado deverá medir, em centímetros,

- a) 6,5 b) 6 c) 5,5 d) 5 e) 4,5

alternativa D

O bloco possui um volume de $25 \cdot 18 \cdot 18 = 8\,100 \text{ cm}^3$. A peça feita pelo artesão terá um volume de $\frac{6\,603 \text{ g}}{0,93 \text{ g/cm}^3} = 7\,100 \text{ cm}^3$. Assim, cada um dos 8 cubos retirados terá um volume de $\frac{8\,100 - 7\,100}{8} = 125 \text{ cm}^3$ e, portanto, uma aresta de $\sqrt[3]{125} = 5 \text{ cm}$.

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

