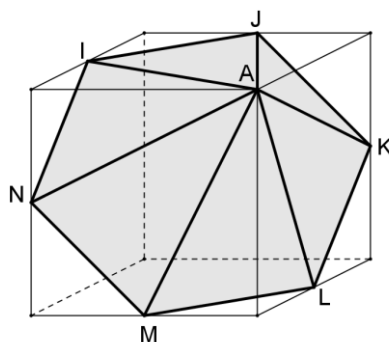


PISM 2 – QUESTÕES FECHADAS – GABARITO

1ª Questão

O vértice A de um cubo junto com os pontos médios I, J, K, L, M e N de seis de suas arestas são os vértices de uma pirâmide, conforme se pode ver na figura abaixo:



A medida da aresta desse cubo é 2cm. O volume dessa pirâmide é:

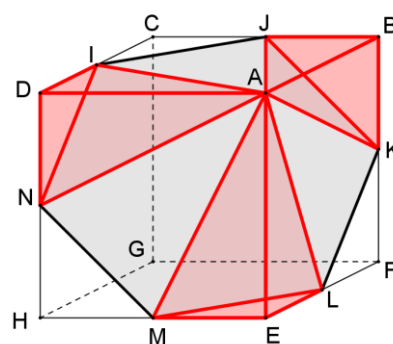
- A) 1cm³.
- B) 2cm³.
- C) 3cm³.
- D) 4cm³.
- E) 5cm³.

Solução:

Inicialmente observe que o plano que contém a base dessa pirâmide está dividindo o cubo ao meio. Portanto a pirâmide AIJKLMN está contida em uma das metades do cubo. Nomeando os demais vértices, conforme figura ao lado, tem-se que o volume da pirâmide será a metade do volume do cubo, descontados os volumes das pirâmides de base triangular ADIN, AELM e ABKJ, que são congruentes entre si. O volume de cada uma dessas três é

$$\text{dado por } \frac{1}{3} S_{\text{Base}} \cdot \text{Altura} = \frac{1}{3} \frac{ME \cdot EL}{2} \cdot AE = \frac{1}{3} \cdot \frac{1 \cdot 1}{2} \cdot 2 = \frac{1}{3} \text{ cm}^3.$$

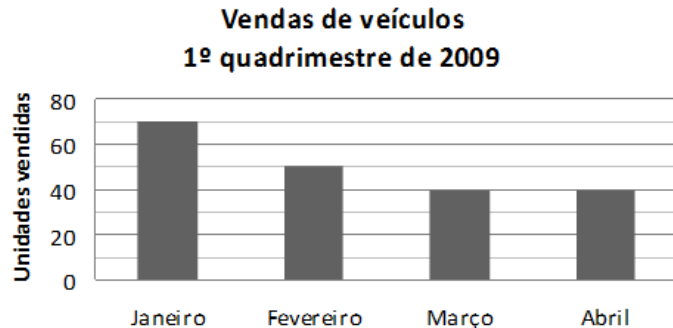
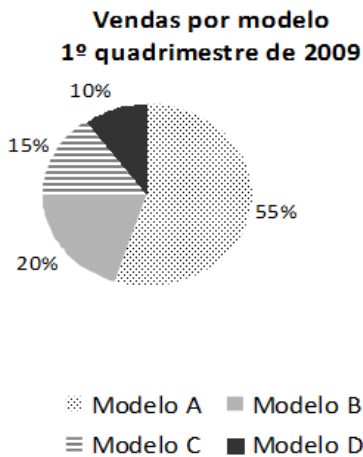
$$\text{Logo o volume da pirâmide AIJKLMN é } \frac{1}{2} \cdot 2^3 - 3 \cdot \frac{1}{3} = 3 \text{ cm}^3$$



Gabarito: C

2ª Questão

Uma concessionária que vende 4 modelos de veículos divulgou o resultado de suas vendas no 1º quadrimestre de 2009 através dos gráficos abaixo:



Com respeito às vendas realizadas no 1º quadrimestre, foram feitas as seguintes afirmativas:

- (I) Foram vendidas 30 unidades do modelo C.
- (II) Foram vendidas 55 unidades do modelo A.
- (III) No 2º bimestre, houve venda do modelo B.
- (IV) Em março e em abril, foram vendidas quantidades iguais de veículos do modelo D.

Considerando as informações contidas nos gráficos apresentados acima, pode-se garantir que apenas:

- A) a afirmativa (I) é verdadeira.
- B) a afirmativa (II) é verdadeira.
- C) as afirmativas (I) e (IV) são verdadeiras.
- D) as afirmativas (II) e (III) são verdadeiras.
- E) as afirmativas (I), (II) e (IV) são verdadeiras.

Solução:

Pelo gráfico de setores tem-se que 15% das vendas no quadrimestre foram do modelo C. Do gráfico de colunas conclui-se que foram vendidas 200 unidades no quadrimestre. Logo foram vendidas 15% de 200 que é

$$\frac{15}{100} \times 200 = 30 \text{ unidades do modelo C. Logo a afirmativa I é verdadeira.}$$

Pelo gráfico de setores tem-se que 55% das vendas no quadrimestre foram do modelo A. Do gráfico de colunas conclui-se que foram vendidas 200 unidades no quadrimestre. Logo foram vendidas 55% de 200 que é

$$\frac{55}{100} \times 200 = 110 \text{ unidades do modelo A. Logo a afirmativa II é falsa.}$$

Pelo gráfico de colunas, sabe-se que, no 1º bimestre, foram vendidas 120 unidades. Do gráfico de setores tem-se que 20% das vendas quadrimestrais foram do modelo B. Assim, no quadrimestre foram vendidas 20% de 200 que é

$\frac{20}{100} \times 200 = 40$ unidades do modelo B. Logo não é possível afirmar que houve venda do modelo B no segundo

bimestre já que as 40 unidades do modelo B, vendidas no quadrimestre, poderiam, por exemplo, todas terem sido vendidas no 1º bimestre, uma vez que $40 < 120$. Logo a afirmativa III é falsa.

Pelo gráfico de colunas, sabe-se que, no 2º bimestre, foram vendidas quantidades iguais em março e em abril. Entretanto nada se pode afirmar sobre quantos modelos de cada tipo teriam sido vendidos em cada um desses dois meses. Logo a afirmativa IV é falsa.

Com isso pode-se garantir que apenas a afirmativa I é verdadeira.

Gabarito: A

3ª Questão

Seja x um número real tal que $0 < x < \frac{\pi}{2}$. É **CORRETO** afirmar que:

- A) $\sin x > \cos x$
- B) $\cos x > \sin x$
- C) $\tan x > \cos x$
- D) $\tan x > \sin x$
- E) $\sin x > \tan x$

Solução:

1ª Solução: Seja x um número real tal que $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Observe as figuras abaixo:

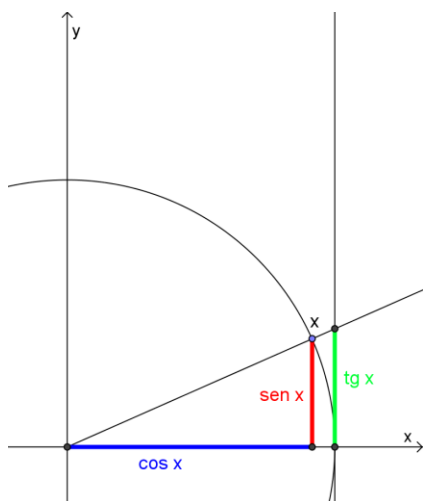


Figura 1: $x < \frac{\pi}{4}$.

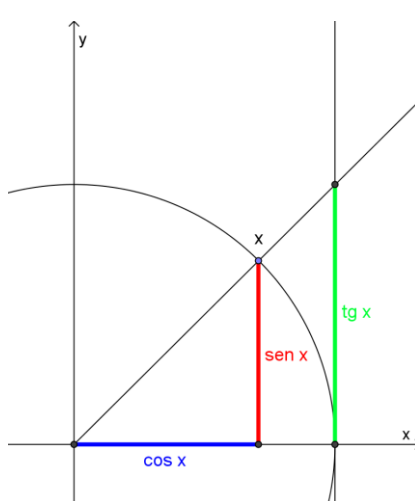


Figura 2: $x = \frac{\pi}{4}$.

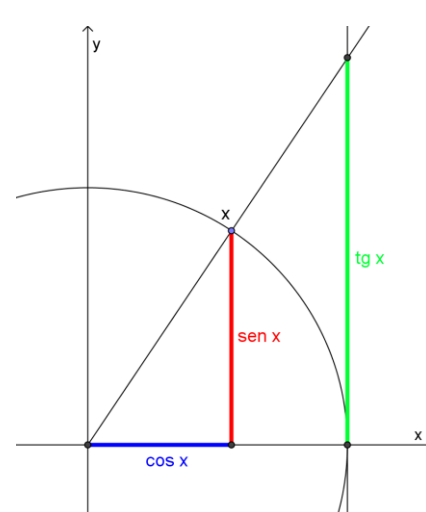


Figura 3: $x > \frac{\pi}{4}$.

Pelas três figuras acima pode-se observar que, para $0 < x < \frac{\pi}{2}$, pode-se ter:

- $\cos x > \sin x$ (Figura 1), $\cos x = \sin x$ (Figura 2) ou $\cos x < \sin x$ (Figura 3).
- $\cos x > \tan x$ (Figura 1), $\cos x < \tan x$ (Figura 2).

Entretanto, avaliando as três figuras, podemos observar que, em qualquer caso, se tem sempre $\sin x < \tan x$.

Logo, dentre as desigualdades presentes nas alternativas, a única correta é $\tan x > \sin x$.

2ª Solução: Note que, para $x = \frac{\pi}{6}$, tem-se $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ e $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Como $\frac{1}{2} < \frac{\sqrt{3}}{2}$, segue que $\sin x < \cos x$ para $x = \frac{\pi}{6}$, portanto a alternativa A é falsa.

Note que, para $x = \frac{\pi}{3}$, tem-se $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$. Como $\frac{1}{2} < \frac{\sqrt{3}}{2}$, segue que $\cos x < \sin x$ para $x = \frac{\pi}{3}$, portanto a alternativa B é falsa.

Note que, para $x = \frac{\pi}{6}$, tem-se $\operatorname{tg} \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ e $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Como $\frac{\sqrt{3}}{3} < \frac{\sqrt{3}}{2}$, segue que $\operatorname{tg} x < \cos x$ para $x = \frac{\pi}{6}$, portanto a alternativa C é falsa.

Para $0 < x < \frac{\pi}{2}$, tem-se $0 < \cos x < 1$, donde $1 < \frac{1}{\cos x}$. Por outro lado $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{\cos x} \cdot \sin x$. Logo

>1

$\operatorname{tg} x > \sin x$ e, portanto, a alternativa D é verdadeira.

Note que, para $x = \frac{\pi}{6}$, tem-se $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ e $\operatorname{tg} \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Como $\frac{\sqrt{3}}{3} > \frac{1}{2}$, segue que $\sin x < \operatorname{tg} x$ para $x = \frac{\pi}{6}$, portanto a alternativa E é falsa.

Gabarito: D

4ª Questão

Sejam x e y tais que $y - x = \pi$ e que $\sin x = 2 \cos y$. O valor de $\operatorname{tg} y$ é:

- A) -2 .
- B) 2 .
- C) -1 .
- D) 1 .
- E) 4 .

Solução:

Tem-se que $x = y - \pi$. Então:

$$\sin x = \sin(y - \pi) = \sin y \cdot \cos \pi - \sin \pi \cdot \cos y = \sin y \cdot (-1) - (0) \cdot \cos y = -\sin y.$$

Logo, da relação $\sin x = 2 \cos y$, obtém-se:

$$-\sin y = 2 \cos y$$

$$\sin y = -2 \cos y$$

$$\frac{\sin y}{\cos y} = -2$$

$$\operatorname{tg} y = -2$$

Note que na penúltima equação acima foi feita uma divisão por $\cos y$. Essa divisão só pode ser efetuada se houver a garantia de que $\cos y \neq 0$. Essa garantia pode ser obtida dos dados do problema. De fato, caso $\cos y = 0$, ter-se-

ia $y = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Consequentemente, de $y - x = \pi$, se concluiria que $x = \frac{\pi}{2} + k_1\pi, k_1 \in \mathbb{Z}$, donde

$\sin x = \pm 1$. Dessa forma ter-se-ia uma contradição com a hipótese de $\sin x = 2 \cos y$, pois se teria $0 = \pm 1$.

Gabarito: A

5ª Questão

Três números x , y e z formam, nessa ordem, uma progressão aritmética e uma progressão geométrica. A respeito desses números, é **CORRETO** afirmar que:

A) $x < y < z$.

B) $x > y > z$.

C) $x = y = z$.

D) $x < y = z$.

E) $x = y < z$.

Solução:

Se x , y e z formam, nessa ordem, uma PA, então $z - y = y - x$, ou seja, $y = \frac{x + z}{2}$.

Por outro lado, se x , y e z formam, nessa ordem, uma PG, então $\frac{z}{y} = \frac{y}{x}$, ou seja, $y^2 = x \cdot z$.

Comparando essas duas expressões tem-se: $\left(\frac{x + z}{2}\right)^2 = x \cdot z$.

Dessa última expressão vem:

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot z + z^2 = 4 \cdot x \cdot z$$

$$x^2 - 2 \cdot x \cdot z + z^2 = 0$$

$$(x - z)^2 = 0$$

$$x - z = 0$$

$$x = z$$

Sendo $x = z$, de $y = \frac{x + z}{2}$ obtém-se $y = \frac{2x}{2} = x$. Logo tem-se $x = y = z$.

Gabarito: C

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

