

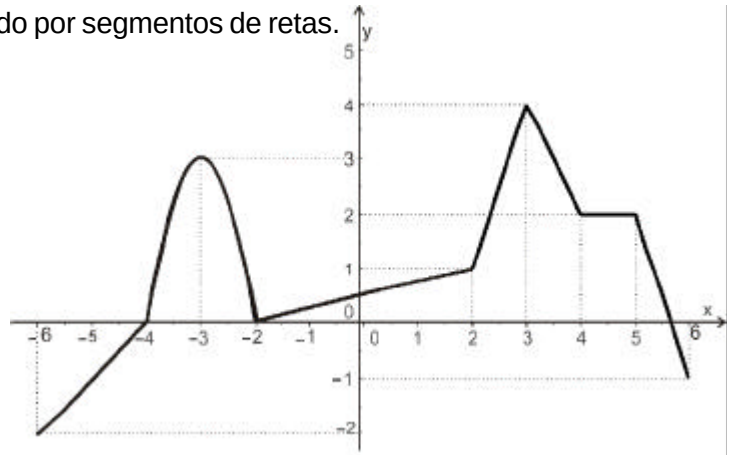
MATEMÁTICA - Gabarito Grupo G

1ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

A figura abaixo exibe o gráfico de uma função $y = f(x)$ definida no intervalo $[-6, +6]$. O gráfico de f passa pelos pontos seguintes: $(-6, -2), (-4, 0), (-3, 3), (-2, 0), (2, 1), (3, 4), (4, 2), (5, 2)$ e $(6, -1)$. Exceto no intervalo $[-4, -2]$, o gráfico de f é formado por segmentos de retas.



- a) Calcule $f\left(\frac{9}{2}\right)$.
- b) Determine a imagem de f .
- c) Quantas soluções distintas possui a equação $f(x) = 1$? E a equação $f(x) = 2$? Justifique as suas respostas.
- d) A função f é crescente no conjunto $C = [-4, -3] \cup [2, 3]$? Justifique a sua resposta.

Cálculos e respostas:

a) Como $\frac{9}{2}$ pertence ao intervalo $[4, 5]$, o gráfico nos mostra que $f\left(\frac{9}{2}\right) = 2$.

b) Imagem de $f = [-2, 4]$.

c) A equação $f(x) = 1$ tem quatro soluções distintas, pois a reta $y = 1$ intercepta o gráfico de f em quatro pontos diferentes. A equação $f(x) = 2$ tem infinitas soluções, pois a reta $y = 2$ intercepta o gráfico de f em infinitos pontos.

d) Não, pois -3 e 2 são elementos de C , $-3 < 2$ e $f(-3) > f(2)$.

MATEMÁTICA - Gabarito Grupo G

2ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Em uma loja, Pedro comprou duas calças e nove camisas, pagando R\$ 451,00 no total. Paulo foi à mesma loja e pagou R\$ 207,00 por uma calça e quatro camisas. João comprou, na mesma loja, três calças e nove camisas. Sabendo que cada calça foi vendida por x reais e cada camisa foi vendida por y reais, é correto afirmar que João pagou R\$ 500,00? Justifique sua resposta.

Cálculos e respostas:

Se x é o preço de uma calça e y o preço de uma camisa, então

$$2x + 9y = 451 \quad \text{e} \quad x + 4y = 207.$$

Sendo assim, $x = 207 - 4y$. Substituindo na primeira equação, vemos que

$$2(207 - 4y) + 9y = 451 \Rightarrow 414 - 8y + 9y = 451 \Rightarrow y = 451 - 414 = 37.$$

Conseqüentemente, $x = 207 - 4y = 207 - 4(37) = 207 - 148 = 59$.

Assim, João pagou

$$3x + 9y = 3(59) + 9(37) = 510 \text{ reais,}$$

portanto, não é correto afirmar que João pagou R\$ 500,00.

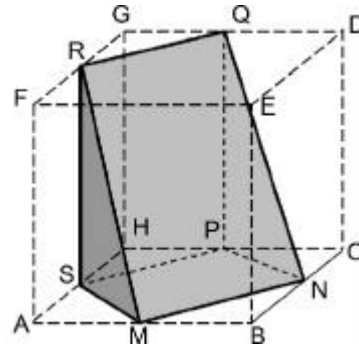
MATEMÁTICA - Gabarito Grupo G

3ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Na figura a seguir vê-se um cubo cujas arestas medem 1 metro. M, N, P, Q, R e S representam, respectivamente, os pontos médios de suas arestas AB, BC, HC, DG, GF e AH.



Calcule:

- a) A área do triângulo MRS.
- b) O volume do sólido MNPQRS indicado na figura.

Cálculos e respostas:

a) Claramente, $\overline{RS} = \overline{AF} = 1$. Como os triângulos ASM e AHB são semelhantes, tem-se $\overline{SM} = \frac{1}{2} \overline{HB}$, $\overline{HB} = \overline{AB} \sqrt{2} = \sqrt{2}$ m.

Logo, a área do triângulo MRS é $\frac{1}{2} \overline{SM} \cdot \overline{RS} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} \text{ m}^2$.

b) Como o sólido é um prisma, seu volume é dado pelo produto da área de sua base (que é $\frac{\sqrt{2}}{4}$) pela sua altura (que é $\frac{\sqrt{2}}{2}$) ambos já calculados no item (a). Logo, o volume do

sólido MNPQRS é dado por $\frac{\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{4} \text{ m}^3$.

MATEMÁTICA - Gabarito Grupo G

4ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Ao entrar na sala de aula, um professor de matemática encontrou as seguintes afirmações escritas no quadro:

- I) Se x é um número real, então $\sqrt{x^2} = x$.
- II) Se a e b são números reais, $a \neq 0$ e $ax > b$, então $x > \frac{b}{a}$.
- III) $\sum_{n=0}^{21} 3^n = (1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{21}) = \frac{3^{22} - 1}{2}$.
- IV) Se p e q são números reais tais que $\log p^2 = \log q^2$, então $p = q$.

Diga se cada uma das afirmações acima é verdadeira ou falsa. **Justifique as suas respostas.**

Cálculos e respostas:

I) Falsa ! Por exemplo, para $x = -2$, $\sqrt{(-2)^2} = 2 \neq -2$

II) Falsa! Por exemplo, as escolhas $a = -1$, $x = -3$ e $b = 2$ ilustram a falsidade da afirmação.

III) Verdadeira! $\sum_{n=0}^{21} 3^n = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{21}$ é a soma dos 22 primeiros termos de uma PG

de razão 3 e primeiro termo igual a 1. Tal soma é igual a : $1 \cdot \frac{3^{22} - 1}{3 - 1} = \frac{3^{22} - 1}{2}$.

IV) Falsa! Por exemplo, $-1 \neq 1$ e $\log[(-1)^2] = \log[(1)^2]$.

MATEMÁTICA - Gabarito Grupo G

5ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Sejam $f(x) = x^3 - x^2 - 19x$ e $g(x) = x$.

- a) Encontre os valores de $x \in \mathbb{R}$ tais que $f(x) = g(x)$.
- b) Encontre os valores de $x \in \mathbb{R}$ tais que $f(x) < g(x)$.

Cálculos e respostas:

a) $f(x) = g(x) \Rightarrow f(x) - g(x) = 0 \Rightarrow x^3 - x^2 - 20x = 0 \Rightarrow x(x^2 - x - 20) = 0$. Assim $x = 0$
ou $x^2 - x - 20 = (x - 5)(x + 4) = 0$. Logo, $f(x) = g(x)$ se, e somente se, $x \in \{-4, 0, 5\}$.

b) $f(x) < g(x) \Rightarrow f(x) - g(x) < 0 \Rightarrow x^3 - x^2 - 20x < 0 \Rightarrow x(x^2 - x - 20) = x(x - 5)(x + 4) < 0$.

Se $x > 0$, então

$$x(x - 5)(x + 4) < 0 \Rightarrow (x - 5)(x + 4) < 0 \Rightarrow x \in (-4, 5). \text{ Como } x > 0, \text{ segue-se que } x \in (0, 5).$$

Se $x < 0$, então

$$x(x - 5)(x + 4) < 0 \Rightarrow (x - 5)(x + 4) > 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -4) \cup (5, \infty). \text{ Como } x < 0, \text{ segue-se que } x \in (-\infty, -4).$$

Assim $f(x) < g(x)$ se, e somente, se $x \in (-\infty, -4) \cup (0, 5)$.

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

