

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

para o Brasil

Nível

7ª e 8ª séries (8º e 9º anos)

do Ensino Fundamental

2

2ª FASE – 24 de outubro de 2009

Parabéns pelo seu desempenho na 1ª Fase da OBMEP. É com grande satisfação que contamos agora com sua participação na 2ª Fase. Desejamos que você faça uma boa prova e que ela seja um estímulo para aumentar seu gosto e sua alegria em estudar Matemática.

Um abraço da Equipe da OBMEP!



**SOCIEDADE
BRASILEIRA
DE MATEMÁTICA**

Ministério da Ciência e Tecnologia Ministério da Educação



INSTRUÇÕES

- ### INSTRUÇÕES
1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao fiscal imediatamente.
 2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro abaixo. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
 3. Lembre-se de assinar o quadro abaixo e a lista de presença.
 4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
 5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
 6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
 7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões.
 8. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
 9. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta.
 10. Não é permitido comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador.
 11. Não escreva nos espaços sombreados.

“Espera, espera, tive uma idéia e uma idéia não se deixa fugir.”

Encyclopedia Britannica

Homenagem da OBMEP ao grande escritor brasileiro Euclides da Cunha, por ocasião do centenário de sua morte.

Nome completo do aluno																									
Endereço completo do aluno (Rua, Av., nº)																									
Complemento													Bairro												
Cidade													UF		CEP										
Endereço eletrônico (email)													DDD		Telefone										
Assinatura													DDD		Telefone (outro)										

Preencha
e confira
os dados
acima com
muita atenção!

[illegible]

(1) Um número inteiro positivo *esconde* outro número quando, apagando alguns de seus algarismos, aparece o outro. Por exemplo, o número 123 esconde os números 1, 2, 3, 12, 13 e 23, mas não esconde 32, 123 e 213.



(a) Qual é o maior número de três algarismos escondido por 47239?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

(b) Qual é o menor número que esconde simultaneamente 2009 e 9002?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

(c) Ache um múltiplo de 2009 que esconde 2009 e cujo algarismo das unidades é 3.

TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional
	Correção Regional	Correção Nacional

(2) Ana quer colorir as bolinhas das figuras 1, 2 e 3 de azul (A), preto (P) ou vermelho (V) de modo que **bolinhas ligadas por um segmento tenham cores diferentes**.

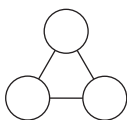


Figura 1

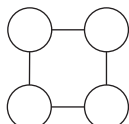


Figura 2

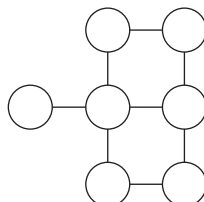
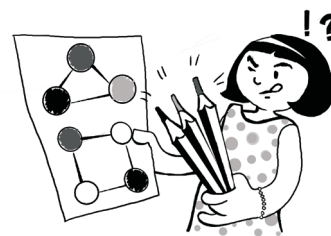
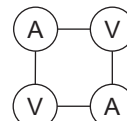
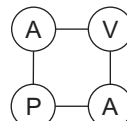
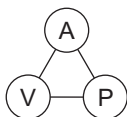
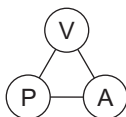


Figura 3



Veja a seguir duas maneiras diferentes de colorir a figura 1 e duas maneiras diferentes de colorir a figura 2:



(a) De quantas maneiras diferentes Ana pode colorir a figura 1?

Correção
Regional

Correção
Nacional

(b) De quantas maneiras diferentes Ana pode colorir a figura 2?

Correção
Regional

Correção
Nacional

(c) De quantas maneiras diferentes Ana pode colorir a figura 3?

Correção
Regional

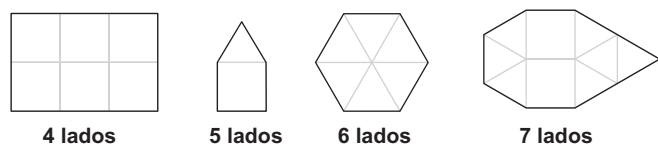
Correção
Nacional

TOTAL

Correção
Regional

Correção
Nacional

(3) Um polígono convexo é *elegante* quando ele pode ser decomposto em triângulos equiláteros, quadrados ou ambos, todos com lados de mesmo comprimento. Ao lado, mostramos alguns polígonos elegantes, indicando para cada um deles uma decomposição e o número de lados.



(a) Desenhe um polígono elegante de 8 lados, indicando uma decomposição.

Em um polígono convexo todos os ângulos internos são menores que 180°.

Correção Regional

Correção Nacional

(b) Quais são as possíveis medidas dos ângulos internos de um polígono elegante?

Correção Regional

Correção Nacional

A soma dos ângulos internos de um polígono de n lados é $(n - 2) \times 180^\circ$.

c) Mostre que um polígono elegante não pode ter mais que 12 lados.

Correção Regional

Correção Nacional

(d) Desenhe um polígono elegante de 12 lados, indicando uma decomposição.

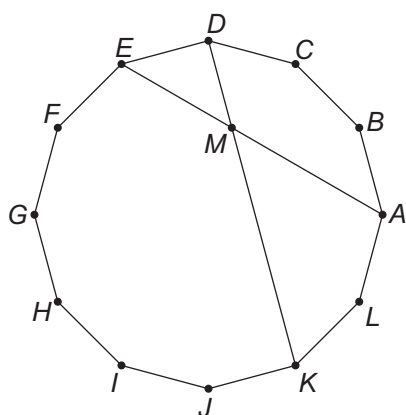
Correção Regional

Correção Nacional

TOTAL

Correção Regional

Correção Nacional



(4) O polígono $ABCDEFGHIJKL$ é regular e tem doze lados.

(a) Qual é a medida dos ângulos internos do polígono?

Em um polígono regular todos os lados têm o mesmo comprimento e todos os ângulos internos têm a mesma medida.

Correção Regional

Correção Nacional

(b) O ponto M é a interseção dos segmentos AE e DK . Quais são as medidas dos ângulos $\widehat{MDE}$ e $\widehat{DME}$?

Correção Regional

Correção Nacional

(c) Qual é a medida do ângulo $\widehat{CBM}$?

Correção Regional

Correção Nacional

(d) Prove que os pontos B , M e F estão alinhados.

Correção Regional

Correção Nacional

TOTAL

Correção Regional

Correção Nacional

(5) Um número inteiro n é *simpático* quando existem inteiros positivos a , b e c tais que $a < b < c$ e $n = a^2 + b^2 - c^2$. Por exemplo, os números 1 e 2 são simpáticos, pois $1 = 4^2 + 7^2 - 8^2$ e $2 = 5^2 + 11^2 - 12^2$.

(a) Verifique que $(3x + 1)^2 + (4x + 2)^2 - (5x + 2)^2$ é igual a $2x + 1$, qualquer que seja x .

Correção
Regional

Correção
Nacional

(b) Encontre números inteiros m e n tais que $(3x - m)^2 + (4x - n)^2 - (5x - 5)^2 = 2x$, qualquer que seja x .

Correção
Regional

Correção
Nacional

(c) Mostre que o número 4 é simpático.

Correção
Regional

Correção
Nacional

(d) Mostre que todos os números inteiros positivos são simpáticos.

Correção
Regional

Correção
Nacional

TOTAL

Correção
Regional

Correção
Nacional

Casas vizinhas são casas que têm um lado comum.

(6) No jogo do *Troca-Cor* usa-se um tabuleiro com duas linhas e com quantas colunas quisermos, cujas casas podem mudar da cor branca para cinza e vice-versa. As casas da 1ª linha são numeradas com os números ímpares e as da 2ª linha com os números pares. Em cada jogada aperta-se uma casa e, então, essa casa e as casas vizinhas mudam de cor. Uma *partida completa* começa com todas as casas brancas e termina quando todas ficam cinzas. Veja dois exemplos de partidas completas (os números acima das flechas indicam a casa apertada em cada jogada):

Tabuleiro	Partida completa	Jogadas
2 3		1 e 6
2 2		1, 2, 4 e 3

(a) Escreva as jogadas de uma partida completa nos tabuleiros ao lado.

1	3	5	7	9
2	4	6	8	10

1	3	5	7
2	4	6	8

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

(b) Explique como jogar uma partida completa no tabuleiro 2 100.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

(c) Explique como jogar uma partida completa com exatamente 51 jogadas no tabuleiro 2 101.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

(d) Explique porque não é possível jogar uma partida completa com menos que 51 jogadas no tabuleiro 2 101.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

RASCUNHO

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

