

Matemática - Grupos I e J – Gabarito

1ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

A comissão recebida mensalmente por um vendedor é igual a 10% de seu salário-base. Em determinado mês, foram acrescidos R\$ 120,00 à comissão do vendedor. Dessa forma, o valor total da comissão passou a ser igual a 25% de seu salário-base.

Determine, a partir das informações, o salário-base desse vendedor.

Cálculos e respostas:

Sejam S_b o salário-base do vendedor, C_1 a comissão inicial e C_2 a comissão após o acréscimo.

Assim,

$$C_1 = \frac{10}{100} S_b; \quad C_2 = C_1 + 120$$

e

$$C_2 = \frac{25}{100} S_b$$

Logo,

$$\frac{10}{100} S_b + 120 = \frac{25}{100} S_b \Leftrightarrow \frac{15}{100} S_b = 120$$

$$\Leftrightarrow S_b = \frac{120 \times 100}{15} \Leftrightarrow S_b = 800$$

Portanto, o salário-base é igual a R\$ 800,00.

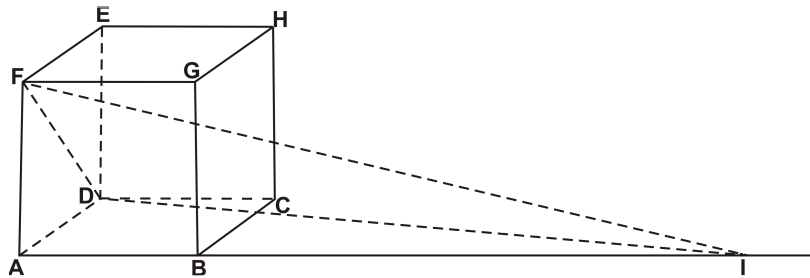
Matemática - Grupos I e J – Gabarito

2ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Considere **ABCDEFGH** um cubo cuja aresta mede 1 cm e **I** um ponto no prolongamento da aresta **AB**, de tal modo que o volume do tetraedro **ADFI** tenha o mesmo volume do cubo **ABCDEFGH**.



Determine a medida do segmento **BI**.

Cálculos e respostas:

Volume do cubo = 1 cm^3

Volume do tetraedro = $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times (1 + \overline{BI})$

Assim,

$$\frac{1}{6} (1 + \overline{BI}) = 1 \Leftrightarrow \overline{BI} = 5 \text{ cm}$$

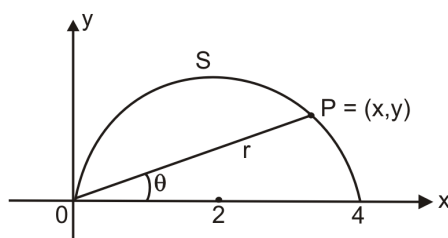
Matemática - Grupos I e J – Gabarito

3ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Seja $P = (x, y)$ um ponto da semicircunferência S , conforme representado na figura abaixo.



Considere r a distância do ponto $P = (x, y)$ à origem $O = (0, 0)$; isto é, $\overline{OP} = r$. Seja θ o ângulo formado pelo segmento de reta OP e o eixo x .

Determine:

- a) uma equação de S ;
- b) a expressão de r , em função, apenas, do ângulo θ ;
- c) as coordenadas x e y do ponto da semicircunferência S , que dista $2\sqrt{3}$ unidades da origem.

Cálculos e respostas:

a) $(x - 2)^2 + y^2 = 4$; $y \geq 0$ ou $y = \sqrt{4 - (x - 2)^2}$; $0 \leq x \leq 4$

b) consideremos

$$\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases}$$

$$\text{Assim, } (x - 2)^2 + y^2 = 4 \Rightarrow (r \cos \theta - 2)^2 + (r \sin \theta)^2 = 4$$

$$\Rightarrow r^2 - 4r \cos \theta = 0 \Rightarrow r = 4 \cos \theta \text{ com } 0 \leq \theta \leq \pi/2$$

c) Temos, $r = 2\sqrt{3}$

$$\text{Assim, } 2\sqrt{3} = 4 \cos \theta \Leftrightarrow \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

$$\text{Portanto, } \begin{cases} x = r \cos \theta \Rightarrow x = 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3 \\ y = r \sin \theta \Rightarrow y = 2\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{3} \end{cases} \text{ e}$$

Matemática - Grupos I e J – Gabarito

4ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

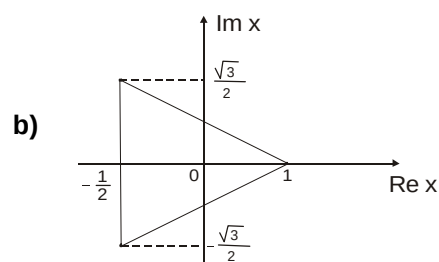
Revisor

Considere o polinômio $p(x) = x^3 - 1$.

- a) Encontre, em $\mathbb{C}$, todas as raízes do polinômio $p(x)$.
- b) Calcule a área do polígono cujos vértices são os pontos que representam as raízes do polinômio $p(x)$, no plano complexo.
- c) Sejam z_1 e z_2 as raízes complexas, não reais, do polinômio $p(x)$. Determine o valor de $(z_1^{3000} + \overline{z_2}^{3000})$.

Cálculos e respostas:

$$\begin{aligned} \text{a) } x^3 - 1 = 0 &\Leftrightarrow (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x^2 + x + 1 = 0 \Leftrightarrow \\ x = 1 \text{ ou } x = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i &\text{ ou } x = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{aligned}$$



$$\text{O triângulo formado é equilátero de lado} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2} - 1\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{9}{4}} = \sqrt{3}$$

$$\text{Logo, a área é } \frac{\ell^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{c) } z_1 \text{ é raiz} \Rightarrow z_1^3 = 1$$

$$z_2 \text{ é raiz} \Rightarrow \overline{z_2} \text{ é raiz} \Rightarrow (\overline{z_2})^3 = 1$$

$$\Rightarrow z_1^{3000} + (\overline{z_2})^{3000} = 1 + 1 = 2$$

Matemática - Grupos I e J – Gabarito

5ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Na produção de determinado produto, usa-se uma quantidade x de matéria-prima para produzir y unidades, sendo z o custo final.

As variáveis x , y e z satisfazem as seguintes relações:

$$z^2 = y + 4 \quad \text{e} \quad y^2 - 4y + 4 = x$$

sendo $x \geq 4$.

a) Determine o valor de z , quando $x = 100$.

b) Determine uma expressão para z , em função, apenas, de x ($x \geq 4$).

Cálculos e respostas:

$$\text{a) } y^2 - 4y + 4 = x \Leftrightarrow y^2 - 4y + 4 = 100 \Leftrightarrow (y - 2)^2 = 100 \Leftrightarrow y - 2 = \pm 10$$

$$\Leftrightarrow y = 12 \text{ ou } y = -8$$

Como y é quantidade, escolhemos $y = 12$.

$$\text{Também, } z^2 = y + 4 = 16 \Rightarrow z = \pm 4 \Rightarrow z = 4$$

$$\text{b) } (y^2 - 4y + 4) = x \Leftrightarrow (y - 2)^2 = x \Leftrightarrow y - 2 = \pm \sqrt{x} \Rightarrow y = 2 \pm \sqrt{x}$$

Como $x \geq 4$ e y é positivo,

$$y = 2 + \sqrt{x}$$

$$\text{Também, } z^2 = y + 4 \Rightarrow z^2 = 6 + \sqrt{x} \Rightarrow z = \pm \sqrt{6 + \sqrt{x}}$$

$$\text{Como } z > 0, \quad z = \sqrt{6 + \sqrt{x}}$$

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

