

PADRÃO DE RESPOSTA - MATEMÁTICA - GRUPOS G

1ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Verifique se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas. Justifique sua resposta.

- a) O número $x = \left(\frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1} - 2\sqrt{2} \right)$ é irracional; **(0,5 ponto)**
- b) O valor da expressão $\frac{x^2 - 4}{x^3 - 4x^2 + 4x} \cdot \frac{x}{x + 2}$, quando $x = 9876$, é igual a $\frac{1}{9874}$; **(0,5 ponto)**
- c) Se $x = 0,001$, então $\frac{x^3 \cdot 3^x}{3^{x-1} \cdot x^4} = 1000$; **(0,5 ponto)**
- d) O valor real de x que torna a igualdade $\log_{10}(-\log_{10}x^3 + \log_{10}x) = 1$ verdadeira é menor do que um. **(0,5 ponto)**

Cálculos e respostas:

a) Tem-se $x = \left(\frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1} - 2\sqrt{2} \right) = \frac{(\sqrt{2} + 1)^2}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)} - 2\sqrt{2} = 2 + 1 + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 3$. Portanto, a afirmação é falsa.

b) Tem-se

$$\frac{x^2 - 4}{x^3 - 4x^2 + 4x} \cdot \frac{x}{x + 2} = \frac{(x - 2)(x + 2)}{x(x - 2)^2} \cdot \frac{x}{x + 2}.$$

Portanto, para x diferente de zero, diferente de 2 e diferente de -2, pode-se escrever

$$\frac{x^2 - 4}{x^3 - 4x^2 + 4x} \cdot \frac{x}{x + 2} = \frac{1}{x - 2}.$$

Fazendo $x = 9876$, tem-se $\frac{1}{x - 2} = \frac{1}{9874}$. Assim, a afirmação é verdadeira.

c) Tem-se $\frac{x^3 \cdot 3^x}{3^{x-1} \cdot x^4} = \frac{3 \cdot 3^{x-1}}{3^{x-1} \cdot x} = \frac{3}{x}$. Assim, para $x = 0,001$, o valor numérico da expressão é

$$\frac{3}{0,001} = 3000. \text{ Portanto, a afirmação é falsa.}$$

Cálculos e respostas:

d) Observem-se as equivalências

$$\log_{10}(-\log_{10} x^3 + \log_{10} x) = 1 \Leftrightarrow -\log_{10} x^3 + \log_{10} x = 10 \Leftrightarrow -3\log_{10} x + \log_{10} x = 10$$

$$\Leftrightarrow \log_{10} x = -5 \Leftrightarrow x = 10^{-5} = \frac{1}{10^5} < 1.$$

Logo, a afirmação é verdadeira.

2ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Colocando-se 24 litros de combustível no tanque de uma caminhonete, o ponteiro do marcador, que indicava $\frac{1}{4}$ do tanque, passou a indicar $\frac{5}{8}$.

Determine a capacidade total do tanque de combustível da caminhonete. Justifique sua resposta.

Cálculos e respostas:

Considere x a capacidade total do tanque de combustível da caminhonete.

Tem-se

$$\frac{1}{4}x + 24 = \frac{5}{8}x \Leftrightarrow \frac{5}{8}x - \frac{1}{4}x = 24 \Leftrightarrow \frac{3}{8}x = 24 \Leftrightarrow x = 64 \text{ litros.}$$

3ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Fixado um sistema de coordenadas retangulares no plano, sejam T o triângulo cujos vértices são os pontos $(-2,0)$, $(2,0)$ e $(0,3)$, e R o retângulo de vértices $(-x,0)$, $(x,0)$, $0 < x < 2$, e cujos outros dois vértices também estão sobre os lados de T.

Determine o valor de x para o qual a área de R é máxima. Justifique sua resposta.

Cálculos e respostas:

Uma equação para a reta que passa pelos pontos $(2,0)$ e $(0,3)$ é $y = -\frac{3}{2}x + 3$, portanto a área do referido retângulo é dada pela expressão $y = A(x) = 2x\left(-\frac{3}{2}x + 3\right) = -3x^2 + 6x$, que é uma função quadrática cujo gráfico é uma parábola de vértice no ponto $(1,3)$ e concavidade voltada para baixo. Assim, o valor de x que torna a área máxima é igual a 1.

4ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

11

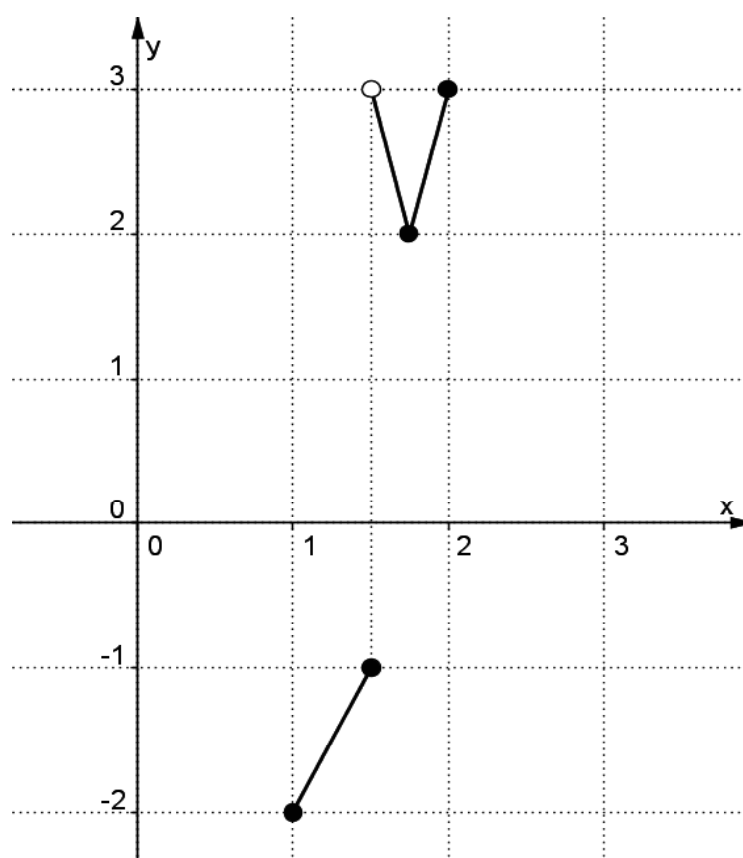
Revisor

1

Esboce, no **sistema de eixos coordenados abaixo**, o gráfico de uma função real cujo domínio é o intervalo $[1, 2]$ e cuja imagem é o conjunto $[-2, -1] \cup [2, 3]$.

Cálculos e respostas:

Existem infinitas funções que satisfazem as condições estabelecidas no enunciado. Uma possível solução está esboçada abaixo.



5ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Dado um conjunto A , o *conjunto das partes* de A , denotado por $P(A)$, é o conjunto cujos elementos são todos os subconjuntos de A .

Se A tem 10 elementos, determine:

- a) o número de subconjuntos de A que possuem exatamente dois elementos; (1,0 ponto)
- b) a probabilidade de que, ao se escolher aleatoriamente um elemento de $P(A)$, esse seja um subconjunto de A com exatamente dois elementos. **(1,0 ponto)**

Cálculos e respostas:

$$a) C_2^{10} = \frac{10!}{8!2!} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$$

b) Note-se que o número de elementos de $P(A)$ é igual a 2^{10} .

Logo, a probabilidade de, ao se escolher aleatoriamente um elemento de $P(A)$, esse subconjunto de A possuir exatamente dois elementos é

$$\frac{45}{2^{10}} = \frac{45}{1024}.$$

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

