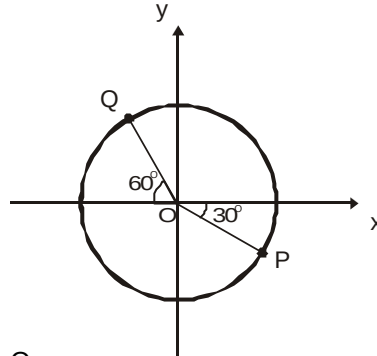




1ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Considere os pontos P e Q pertencentes à circunferência de centro na origem e raio 1, conforme representação abaixo.



Determine a distância entre P e Q.

Cálculos e respostas:

Pela lei dos cossenos

$$\overline{PQ}^2 = \overline{OQ}^2 + \overline{OP}^2 - 2 \overline{OQ} \cdot \overline{OP} \cos 150^\circ = 1 + 1 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow \overline{PQ} = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$$

ou

$$P(\cos 30^\circ, -\sin 30^\circ) = P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right) \text{ e}$$

$$Q(-\cos 60^\circ, \sin 60^\circ) = Q\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

Logo,

$$\overline{PQ} = \sqrt{\frac{(\sqrt{3} + 1)^2}{4} + \frac{(\sqrt{3} + 1)^2}{4}} = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$$



2ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

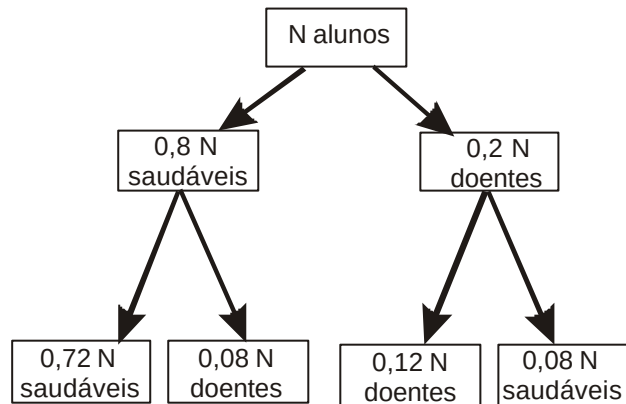
Avaliou-se um grupo de alunos da UFF, classificando-se, cada um deles, em doente ou saudável. Em relação a esse grupo, garante-se que dentre os alunos saudáveis em um dia, 90% ainda estarão saudáveis no dia seguinte e dentre os doentes, 60% ainda estarão doentes no dia seguinte.

Considere a observação desse grupo de alunos em três dias consecutivos. Sabe-se que no primeiro dia 20% dos alunos estejam doentes.

- Determine a porcentagem de alunos que ainda estarão doentes no segundo dia.
- Escolhido um aluno ao acaso, no terceiro dia, determine a probabilidade de ele estar saudável.

Cálculos e respostas:

Consideremos um conjunto com N alunos

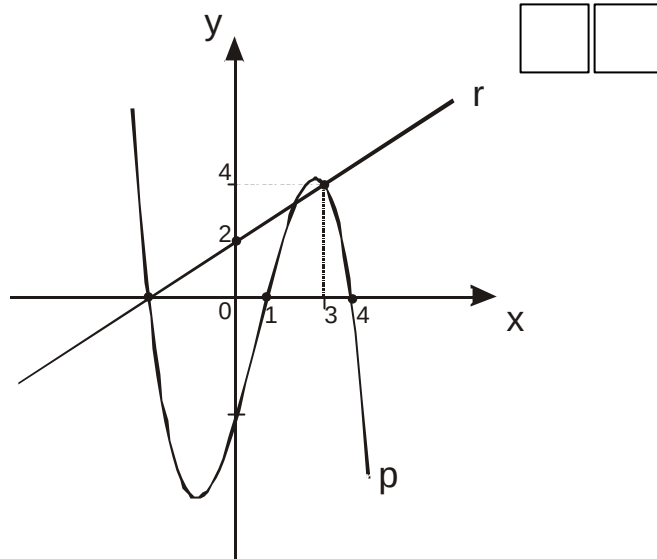


- No segundo dia 12% dos alunos ainda estarão doentes.
- Como a proporção se mantém, no terceiro dia 80% dos alunos estarão saudáveis e a probabilidade será de 80%.

3ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Os gráficos da função polinomial p e da reta r estão representados na figura ao lado.

- Calcule o resto da divisão de $p(x)$ por $x - 3$.
- Escreva a equação de r .
- Determine a expressão que define p , sabendo que as três únicas raízes de p são reais.



Cálculos e respostas:

a) O resto da divisão de $p(x)$ por $x - 3$ é igual a $p(3) = 4$.

b) A reta r contém os pontos $(0, 2)$ e $(3, 4)$, logo sua equação é

$$y - 2 = \frac{4 - 2}{3 - 0}(x - 0) \Rightarrow y - 2 = \frac{2}{3}x \Rightarrow y = \frac{2}{3}x + 2 \text{ ou } 3y - 2x = 6$$

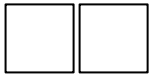
b) A reta e o polinômio se interceptam em $(-3, 0)$. Logo, as raízes de p são -3 , 1 e 4 .

Daí,

$$p(x) = a(x - 1)(x + 3)(x - 4).$$

Mas $p(3) = 4$. Logo, $a(2)(6)(-1) = 4$ e $a = -\frac{1}{3}$.

$$\text{Assim, } p(x) = -\frac{1}{3}(x - 1)(x + 3)(x - 4).$$



4ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Considere a função f definida por

$$f(x) = \begin{cases} 4x, & |x| < 4 \\ x^3, & |x| \geq 4 \end{cases}$$

Pede-se:

- a) $f(0)$
- b) $(f \circ f)(-2)$
- c) o valor de m tal que $f(m) = -125$
- d) $f^{-1}\left(\frac{1}{4}\right)$

Cálculos e respostas:

a) $f(0) = 0$

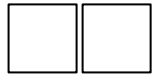
b) $(f \circ f)(-2) = f[f(-2)] = f[-8] = -512$

c) $f(m) = -125 \Rightarrow m = -5$

d) $f^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) = a \Rightarrow f(a) = \frac{1}{4} \Rightarrow 4a = \frac{1}{4} \Rightarrow a = \frac{1}{16}$

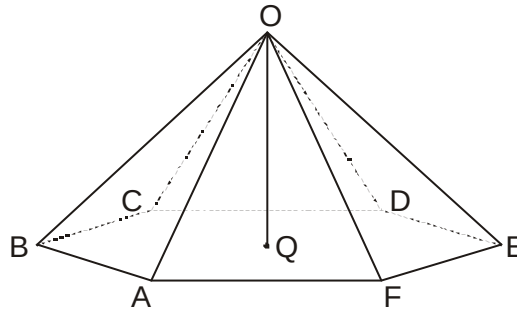
Logo,

$$f^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) = \left(\frac{1}{16}\right)$$



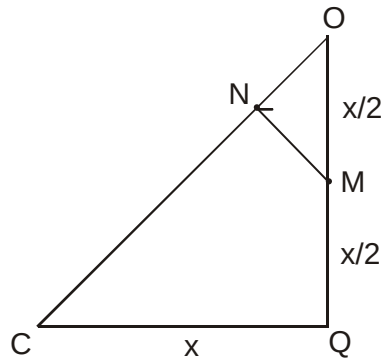
5ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

A figura mostra a pirâmide regular OABCDEF de base hexagonal cuja altura tem a mesma medida das arestas da base.



Pelo ponto médio M, da altura $\overline{OQ}$, traça-se o segmento $\overline{MN}$ perpendicular à aresta $\overline{OC}$. Sabendo que $\overline{MN}$ mede 5 cm, determine o volume da pirâmide.

Cálculos e respostas:



$$(\overline{CO})^2 = (\overline{OQ})^2 + (\overline{CQ})^2 \Rightarrow$$

$$\overline{CO}^2 = 2x^2 \Rightarrow \overline{CO} = x\sqrt{2}$$

$$\Delta ONM \sim \Delta OQC$$

$$\frac{\overline{OM}}{\overline{OC}} = \frac{\overline{MN}}{\overline{CQ}} \Rightarrow \frac{\frac{x}{2}}{x\sqrt{2}} = \frac{5}{x} \Rightarrow x = 10\sqrt{2}\text{cm}$$

M a t e m á t i c a - G a b a r i t o -
G r u p o s I e J

Cálculos e respostas:

O volume da pirâmide é dado por

$$V = \frac{1}{3} \cdot \underbrace{\left(6 \cdot \frac{x^2 \sqrt{3}}{4} \right)}_{\substack{\text{Área da} \\ \text{base}}} \underbrace{(x)}_{\text{altura}} = \frac{x^3 \sqrt{3}}{2} = (10\sqrt{2})^3 \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$V = 1000 \sqrt{6} \text{ cm}^3$$

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

