



7ª OLIMPIÁDA BRASILEIRA
DE MATEMÁTICA
DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP 2011

Somando novos talentos para o Brasil

Nível 2
8º e 9º anos do Ensino Fundamental
2ª FASE – 5 de novembro de 2011

Nome completo do aluno																									
Endereço completo do aluno (Rua, Av., nº)																									
Complemento													Bairro												
Cidade													UF		CEP										
Endereço eletrônico (email)													DDD		Telefone										
Assinatura													DDD		Telefone (outro)										

Um abraço da Equipe da OBMEP!

Preencha
e confira
os dados
acima com
muita atenção!

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao fiscal imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.

6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões.
8. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
9. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta.
10. Não é permitido comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador.
11. Não escreva nos espaços sombreados.

[illegible]

1. Sara recortou três tiras retangulares diferentes de papel.

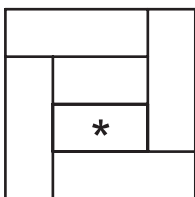
a) Ela recortou a primeira tira em três retângulos iguais, como na figura abaixo. Com esses retângulos, formou um quadrado de 36 cm^2 de área. Encontre as medidas dos lados dos retângulos que ela recortou.



Correção Regional

Correção Nacional

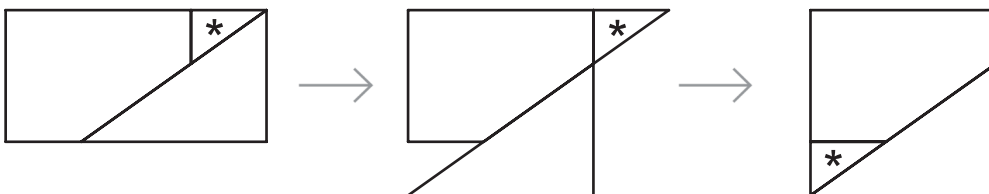
b) Ela recortou a segunda tira em seis retângulos de mesma largura e com eles formou um quadrado de 36 cm^2 de área, como na figura. Encontre o perímetro e a área do retângulo indicado com *.



Correção Regional

Correção Nacional

c) As medidas da terceira tira eram $4,5 \text{ cm}$ e 2 cm . Sara recortou essa tira em três pedaços e com eles formou um quadrado, como na figura. Qual é a área do triângulo indicado com *?



Correção Regional

Correção Nacional

TOTAL

Correção Regional

Correção Nacional

2. Otávio mostrou para Gabriela um truque com três dados, cujas faces estão numeradas de 1 a 6. Ele fica de costas, pede a ela que jogue um dado de cada vez e que, em seguida:

- dobre o número obtido no primeiro dado, some 3 e multiplique por 5;
- some ao resultado encontrado o número obtido no segundo dado e multiplique por 10;
- some ao último resultado o número obtido no terceiro dado;
- anuncie o resultado final.



Otávio então dirá, em ordem, quais foram os números obtidos nos dados.

a) Se Gabriela obtiver os números 4, 6 e 1, nessa ordem, qual resultado ela anunciará?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Se Gabriela anunciar o resultado 273, o que Otávio vai dizer?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Explique por que Gabriela não pode anunciar o resultado 432.

TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional
	Correção Regional	Correção Nacional

3. O *múltiplo irado* de um número natural é o menor múltiplo do número formado apenas pelos algarismos 0 e 1. Por exemplo, o múltiplo irado de 2, bem como de 5, é 10; já o múltiplo irado de 3 é 111 e o de 110 é ele mesmo.

a) Qual é o múltiplo irado de 20?

Um número natural é divisível por 3 se e somente se a soma de seus algarismos é divisível por 3; e é divisível por 9 se e somente se a soma de seus algarismos é divisível por 9.

Correção Regional

Correção Nacional

b) Qual é o múltiplo irado de 9?

Correção Regional

Correção Nacional

c) Qual é o múltiplo irado de 45?

Correção Regional

Correção Nacional

d) Qual é o menor número natural cujo múltiplo irado é 1110?

Correção Regional

Correção Nacional

TOTAL

Correção Regional

Correção Nacional

4. Começando com qualquer número natural não nulo é sempre possível formar uma sequência de números que termina em 1, seguindo repetidamente as instruções abaixo:

- se o número for ímpar, soma-se 1;
- se o número for par, divide-se por 2.

Por exemplo, começando com o número 21, forma-se a seguinte sequência:

$$21 \rightarrow 22 \rightarrow 11 \rightarrow 12 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$$

Nessa sequência aparecem nove números; por isso, dizemos que ela tem *comprimento* 9. Além disso, como ela começa com um número ímpar, dizemos que ela é uma *sequência ímpar*.

a) Escreva a sequência que começa com 37.

Correção
Regional

Correção
Nacional

b) Existem três sequências de comprimento 5, sendo duas pares e uma ímpar. Escreva essas sequências.

Correção
Regional

Correção
Nacional

c) Quantas são as sequências pares e quantas são as sequências ímpares de comprimento 6? E de comprimento 7?

Correção
Regional

Correção
Nacional

d) Existem ao todo 377 sequências de comprimento 15, sendo 233 pares e 144 ímpares. Quantas são as sequências de comprimento 16? Dessas, quantas são pares? Não se esqueça de justificar sua resposta.

Correção
Regional

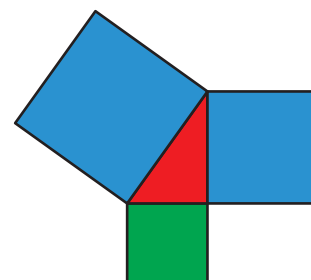
Correção
Nacional

TOTAL

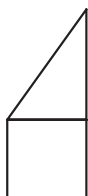
Correção
Regional

Correção
Nacional

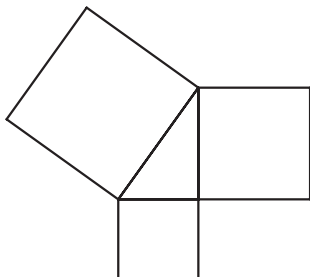
5. João vai pintar figuras compostas por quadrados e triângulos. Cada quadrado pode ser pintado de azul, vermelho ou verde e cada triângulo de azul, vermelho ou amarelo, de modo que polígonos com um lado comum não tenham a mesma cor. Em cada um dos itens abaixo, determine de quantas maneiras João pode pintar a figura correspondente.



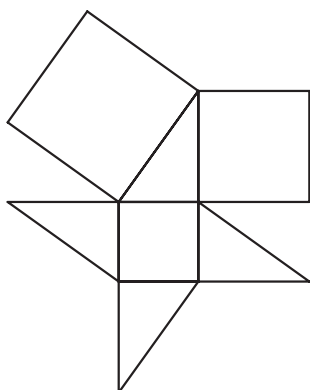
a)



b)

Correção
RegionalCorreção
Nacional

c)

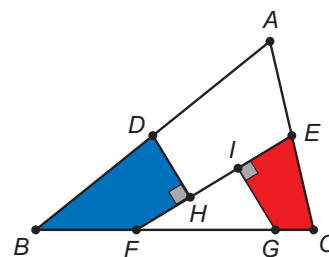
Correção
RegionalCorreção
Nacional

TOTAL

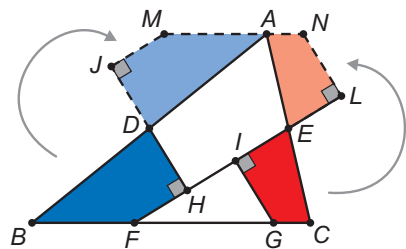
Correção
RegionalCorreção
NacionalCorreção
RegionalCorreção
Nacional

6. Em todas as figuras desta questão, vemos um triângulo ABC dividido em quatro partes;

nesses triângulos, D é ponto médio de AB , E é ponto médio de AC e FG mede $\frac{1}{2}BC$.

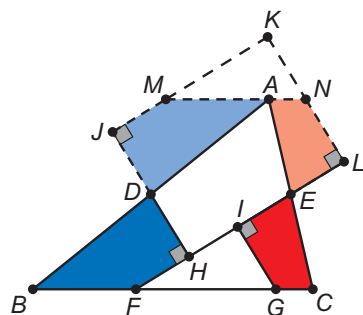


a) Os quadriláteros $DJMA$ e $ELNA$ são obtidos girando de 180° os quadriláteros $DHFB$ e $EIGC$ em torno de D e E , respectivamente. Explique por que os pontos M , A e N estão alinhados, ou seja, por que a medida do ângulo $M\hat{A}N$ é igual a 180° .



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Na figura, o ponto K é a interseção das retas JM e LN . Explique por que os triângulos FGI e MNK são congruentes.



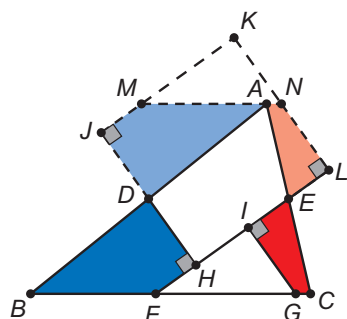
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

Os itens acima mostram que $HJKL$ é um retângulo formado com as quatro partes em que o triângulo ABC foi dividido.

c) Mostre que $LH = EF$.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

d) Na figura o triângulo ABC tem área 9 e $HJKL$ é um quadrado. Calcule o comprimento de EF .



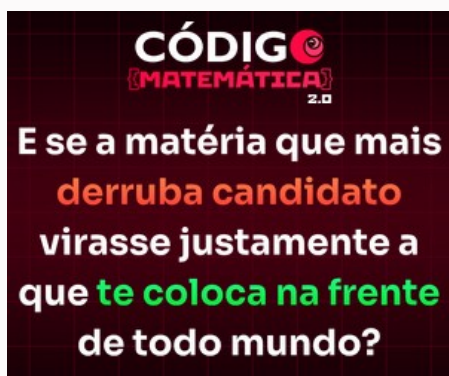
	Correção Regional	Correção Nacional
TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional

RASCUNHO

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

