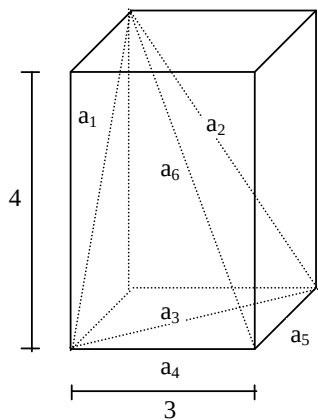


# MATEMÁTICA - 2ª ETAPA do VESTIBULAR 2006 - REFERÊNCIAS PARA CORREÇÃO

## Questão 01



A pirâmide possui 6 (seis) arestas ( $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  e  $a_6$ )

$a_1$  e  $a_2$ : diagonais de duas faces laterais do prisma

$$a_1^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow a_1 = 5 \quad a_2^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow a_2 = 5$$

Valor: 1,0 ponto

$$a_3: \text{diagonal da base do prisma} \quad a_3^2 = 3^2 + 3^2 = 18 \Rightarrow a_3 = 3\sqrt{2}$$

Valor: 1,0 ponto

$$a_4 \text{ e } a_5: \text{lados da base do prisma} \quad a_4 = a_5 = 3$$

Valor: 0,5 ponto

$$a_6: \text{diagonal do prisma} \quad a_6^2 = 4^2 + a_3^2 = 16 + 18 = 34 \Rightarrow a_6 = \sqrt{34}$$

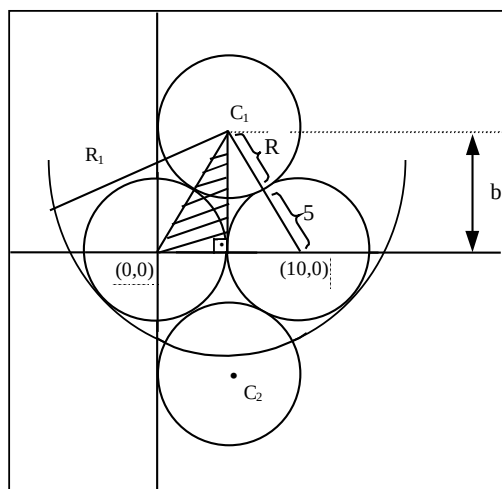
Valor: 1,0 ponto

Soma do comprimento das arestas:

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 5 + 5 + 3\sqrt{2} + 3 + 3 + \sqrt{34} = 16 + 3\sqrt{2} + \sqrt{34}$$

Valor: 1,5 ponto

## Questão 02



Centro e raio das circunferências dadas:

a)  $x^2 + y^2 = 25$  centro: (0,0) e raio: 5

b)  $(x - 10)^2 + y^2 = 25$  centro: (10,0) e raio: 5

Valor: 1,0 ponto

Considere a circunferência de centro  $C_1 = (5,b)$ , com a coordenada  $b > 0$ .

Como o triângulo formado pelos vértices (0,0), (10,0) e  $C_1$  é equilátero e denotando por R o raio da circunferência de centro  $C_1$ , temos que:  
 $10 = 5 + R$ , logo,  $R = 5$ .

Como o triângulo (0,0), (5,0) e  $C_1$  é retângulo, temos que:  
 $(R + 5)^2 = 5^2 + b^2$ . Assim,  
 $10^2 = 5^2 + b^2 \Rightarrow b = \sqrt{75}$ , observando que b é positivo.

Valor: 2,0 pontos

Observe que existe outra circunferência de centro:  $C_1 = (5, \sqrt{75})$  tangente às circunferências dadas que possui raio  $R_1 = 15$ .

Logo, as equações das duas primeiras circunferências obtidas são:

$$(x - 5)^2 + (y - \sqrt{75})^2 = 5^2 \quad \text{e} \quad (x - 5)^2 + (y - \sqrt{75})^2 = 15^2$$

Valor: 1,0 ponto

Observando que o problema é simétrico em relação ao eixo dos x, obtemos mais duas circunferências tangentes com centro em  $C_2 = (5, -\sqrt{75})$ , dadas por:

$$(x - 5)^2 + (y + \sqrt{75})^2 = 5^2 \quad \text{e} \quad (x - 5)^2 + (y + \sqrt{75})^2 = 15^2$$

Valor: 1,0 ponto

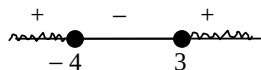
**Questão 03**

a) A área da placa é dada por:  $A(x) = (x + 3)(2x - 4) = 2x^2 + 2x - 12$

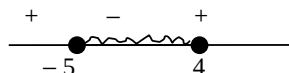
Então, devemos ter:  $12 \leq 2x^2 + 2x - 12 \leq 28$

Valor: 1,0 ponto

I)  $2x^2 + 2x - 12 \geq 12 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 12 = 12 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 24 = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ ou } x = -4$

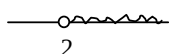


II)  $2x^2 + 2x - 12 \leq 28 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 12 = 28 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 40 = 0 \Rightarrow x = -5 \text{ ou } x = 4$

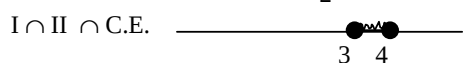
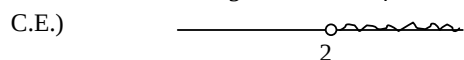
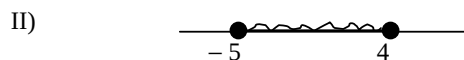
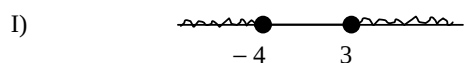


Valor: 2,0 pontos

C.E.) Condição de existência:  $x + 3 > 0$  e  $2x - 4 > 0 \Rightarrow x > -3$  e  $x > 2$ . Logo  $x > 2$



Os valores de  $x$  procurados estão na interseção entre I, II e C.E.:



$S = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 \leq x \leq 4\}$

Valor: 1,0 ponto

b) Para a placa de  $28 \text{ m}^2$ , temos:

$(x + 3)(2x - 4) = 28 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 12 = 28 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 40 = 0$

$\Rightarrow x = 4 \text{ ou } x = -5$  (não serve, pois não atende à condição de existência)

Para  $x = 4$ :

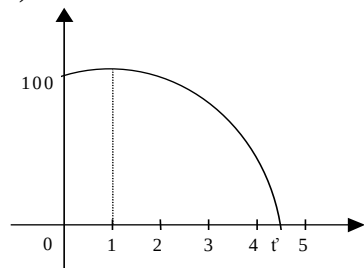
$x + 3 = 4 + 3 = 7$  e, então, dois dos lados da placa retangular medem 7 m

$2x - 4 = 2 \cdot 4 - 4 = 4$  e, então, os outros dois lados da placa retangular medem 4 m

Valor: 1,0 ponto

### Questão 04

a)



$f(t) = -10t^2 + 20t + 100$  é uma função quadrática com concavidade voltada para baixo. Logo, a população cresce até o tempo dado por:

$$t = -\frac{b}{2a} = -\frac{20}{-20} = 1$$

isto é, até 1 semana após a aplicação do pesticida

Valor: 2,0 pontos

b)  $f(0) = 100 \rightarrow$  população inicial

$$-10t^2 + 20t + 100 = 100 \Rightarrow 10t^2 - 20t = 10t(t-2) = 0 \Rightarrow t = 0 \text{ ou } t = 2$$

Valor: 1,5 ponto

Portanto, após duas semanas a população de insetos será igual à inicial

c)  $f(t) = 0 \Rightarrow -10t^2 + 20t + 100 = 0 \Rightarrow t^2 - 2t - 10 = 0$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) = 44$$

$$t = \frac{2 \pm \sqrt{44}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm 2\sqrt{11}}{2} = 1 \pm \sqrt{11} \Rightarrow t = 1 - \sqrt{11} < 0 \text{ ou } t' = 1 + \sqrt{11}$$

$t' = 1 + \sqrt{11}$  é o tempo para a população ser exterminada.

Valor: 1,5 ponto

Como  $3 = \sqrt{9} < \sqrt{11} < \sqrt{16} = 4$  segue que  $4 < t' < 5$ . A população será exterminada na quinta semana.

### Questão 05

Interpretar o enunciado da questão e obter a equação  $C_{n,2} = 15 \Rightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} = 15$

Valor: 1,0 ponto

Desenvolver a expressão acima, obtendo a equação  $n^2 - n - 30 = 0$

Valor: 3,0 pontos

Resolver a equação acima, obtendo  $n_1 = 6$  ou  $n_2 = -5 < 0$ .

Descartar a solução  $n_2$  e a resposta será: 6 ministros (com o desenvolvimento pertinente).

Valor: 1,0 ponto

### Questão 06

a) tabulando: 10  $\rightarrow$  2

20  $\rightarrow$  4

30  $\rightarrow$  2

40  $\rightarrow$  2

50  $\rightarrow$  5  $\leftarrow$  moda: nota 50

60  $\rightarrow$  3

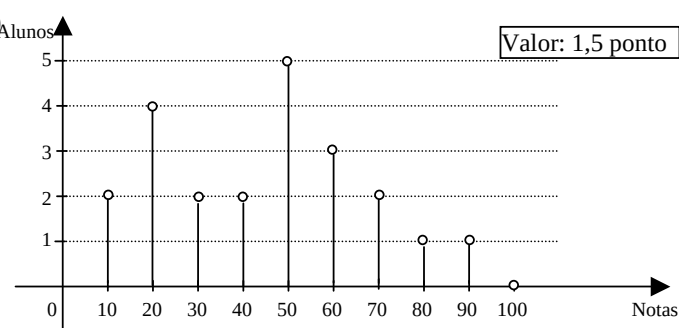
70  $\rightarrow$  2  $f_r = \frac{5}{22} \cong 22,7\%$

80  $\rightarrow$  1

90  $\rightarrow$  1

Valor: 1,5 ponto

b)



Valor: 1,5 ponto

c) rol  $\rightarrow$  30 50 50 70 80 90

$$\text{mediana} = (50 + 70)/2 = 60$$

Valor: 2,0 pontos

## Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



### Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



### Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



### Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

