

PROCESSO SELETIVO UNIFAL – MG 2008/1

MATEMÁTICA

Gabarito Final com Distribuição dos Pontos – questão nº 01

Calculando o determinante da matriz A temos:

$$D(A) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & D(A) \\ 1 & -D(A) & -1 \\ D(A) & 1 & 0 \end{vmatrix} = -D(A) + D(A) + D(A)^3 = D(A)^3 \rightarrow (4 \text{ pontos})$$

Logo, $D(A) = D(A)^3$. $\rightarrow (6 \text{ pontos})$

Como $D(A) \neq 0$ (pois A é inversível), $\rightarrow (2 \text{ pontos})$

$$\text{então: } D(A) = D(A)^3 \Rightarrow D(A)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} D(A) = 1 & (3 \text{ pontos}) \\ \text{ou} \\ D(A) = -1 & (3 \text{ pontos}) \end{cases}.$$

Portanto, as matrizes inversíveis são dadas por:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow (1 \text{ ponto})$$

ou

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow (1 \text{ ponto})$$

PROCESSO SELETIVO UNIFAL – MG 2008/1

MATEMÁTICA

Gabarito Final com Distribuição dos Pontos – questão nº 02

Primeira Solução:

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = -147 \\ a_2 = -140 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{a razão } r \text{ é igual a } r = a_2 - a_1 = 7. \rightarrow (3 \text{ pontos})$$

$$a_2 = a_1 + r, \quad a_3 = a_1 + 2r, \quad \dots, \quad a_n = a_1 + (n-1) \cdot r = -147 + (n-1) \cdot 7$$

$$\text{Portanto, } a_n = 7n - 154. \rightarrow (3 \text{ pontos})$$

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}. \rightarrow (3 \text{ pontos})$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} = \frac{(-147 + 7n - 154) \cdot n}{2} = \frac{(7n - 301) \cdot n}{2}. \rightarrow (3 \text{ pontos})$$

$$\text{Assim, } S_n = \frac{(7n - 301) \cdot n}{2} > 0 \Leftrightarrow n > 0 \text{ e } 7n - 301 > 0. \rightarrow (3 \text{ pontos})$$

$$\text{Logo, devemos ter } n > 43. \rightarrow (3 \text{ pontos})$$

Portanto, o número mínimo de termos que deve ser somado para resultar uma soma positiva é $n = 44$. $\rightarrow (2 \text{ pontos})$

Segunda solução:

A diferença entre o segundo e o primeiro termo da P.A. determina que a razão da mesma é igual a 7. Seja n o número mínimo de termos tal que a soma dos mesmos seja positiva. Observando que -147 é divisível por 7, segue que zero é um dos termos da P.A.. Logo, via a expressão do termo geral de uma progressão aritmética, encontra-se que zero corresponde ao vigésimo segundo termo da mesma. Agora, observando a simetria entre os termos da P.A. dada, conclui-se que a soma do primeiro até o quadragésimo terceiro termo será nula. Portanto, $n = 44$.

Pontuação para esta resolução:

- $\rightarrow$ 3 pontos para a dedução de que a razão da P.A. é igual a 7;
- $\rightarrow$ 3 pontos para a identificação de que zero é um dos termos da P.A.;
- $\rightarrow$ 4 pontos para a correta identificação de que zero é o 22º termo da P.A.;



Universidade Federal de Alfenas

COPEVE – Comissão Permanente de Vestibular

→ 8 pontos para a interpretação e cálculo de que a soma é nula quando se utilizam os primeiros 43 termos da P.A. dada;

→ 2 pontos para a identificação de que, ao acrescentar-se o 44º termo, a soma passa a ser positiva.

PROCESSO SELETIVO UNIFAL – MG 2008/1

MATEMÁTICA

Gabarito Final com Distribuição dos Pontos – questão nº 03

Sendo $p(z) = (z^2 + b^2).(z - a)$, então

$$p(z) = 0 \Leftrightarrow z = a \text{ ou } \begin{cases} z^2 + b^2 = 0 \\ z^2 = -b^2 \\ z = b.i \text{ ou } z = -b.i \end{cases} .$$

$\uparrow$ $\uparrow$ $\uparrow$
 2 pontos 2 pontos 2 pontos

Sendo $q(z) = z^2 + 2.a.z + (a^2 + b^2)$, então o discriminante Δ é igual a

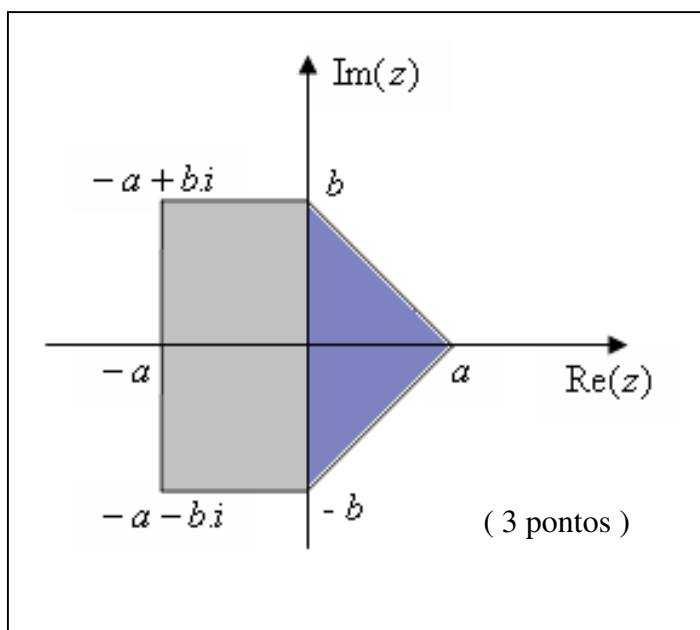
$$\begin{aligned} \Delta &= (2a)^2 - 4.1.(a^2 + b^2) \\ \Delta &= 4a^2 - 4a^2 - 4b^2 \\ \Delta &= -4b^2 \rightarrow (2 \text{ pontos}) \end{aligned}$$

Usando a fórmula de Báskara obtemos

$$z = \frac{-2a \pm \sqrt{-4b^2}}{2} = \frac{-2a \pm 2b.i}{2} = -a \pm b.i .$$

Portanto, as raízes do polinômio $q(z)$ são: $-a + b.i$ e $-a - b.i$.

$\uparrow$ $\uparrow$
 2 pontos 2 pontos



Área do retângulo: $2.b.a$; (2 pontos)

Área do Triângulo: $\frac{(2b).a}{2} = b.a$; (2 pontos)

Portanto a área pedida é igual a

$$2ab + ab = 3ab ; \quad (1 \text{ ponto})$$

MATEMÁTICA

Gabarito Final com Distribuição dos Pontos – questão nº 04

Completando quadrados na equação $x^2 + y^2 + 6\sqrt{3}x - 6y + 27 = 0$ obtemos

$$(x + 3\sqrt{3})^2 + (y - 3)^2 = 3^2, \quad (2 \text{ pontos})$$

de onde concluímos que o centro e o raio da circunferência são, respectivamente,

$$C = (-3\sqrt{3}, 3) \text{ e } r = 3. \quad (2 \text{ pontos})$$

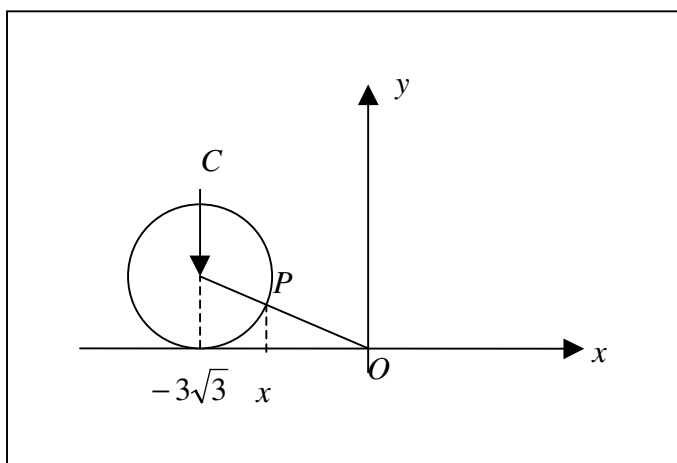
Obs: os candidatos que obtiveram o mesmo resultado usando fórmulas pré-estabelecidas para o cálculo do centro e do raio também ganham os 4 pontos até então distribuídos.

Cálculo da distância do centro à origem: $\overline{OC} = \sqrt{(-3\sqrt{3} - 0)^2 + (3 - 0)^2} = 6. \quad (4 \text{ pontos})$

Calcular a distância do ponto P procurado à origem:

$$\overline{OP} = \overline{OC} - \overline{PC} = 6 - 3 = 3 \quad (2 \text{ pontos})$$

Deduzir os triângulos semelhantes para achar $P = (x, y)$ ou deduzir que P é o ponto médio de $\overline{OC}$: 4 pontos.



Calcular as coordenadas cartesianas x e y do ponto P :

$$\frac{|y|}{3} = \frac{|x|}{3\sqrt{3}}, \quad \frac{|y|}{3} = \frac{3}{6} \Rightarrow |x| = \frac{3\sqrt{3}}{2}, \quad |y| = \frac{3}{2} \quad (4 \text{ pontos})$$

Dar a solução $P = \left(-\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2} \right)$ (2 pontos)

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

