

vestibular inverno 2008

Universidade Estadual de Maringá

Prova 3 – Matemática

QUESTÕES OBJETIVAS

Nº DE ORDEM:
NOME DO CANDIDATO:

Nº DE INSCRIÇÃO:

INSTRUÇÕES PARA A REALIZAÇÃO DA PROVA

1. Confira os campos Nº DE ORDEM, Nº DE INSCRIÇÃO e NOME, conforme o que consta na etiqueta fixada em sua carteira.
2. Confira se o número do gabarito deste caderno corresponde ao constante na etiqueta fixada em sua carteira. Se houver divergência, avise, imediatamente, o fiscal.
3. É proibido folhear o caderno de provas antes do sinal, às 9 horas.
4. Após o sinal, confira se este caderno contém 20 questões objetivas e/ou qualquer tipo de defeito. Qualquer problema, avise, imediatamente, o fiscal.
5. O tempo mínimo de permanência na sala é de 1h e 30min após o início da prova.
6. No tempo destinado a esta prova (4 horas), está incluído o de preenchimento da Folha de Respostas.
7. Transcreva as respostas deste caderno para a Folha de Respostas. A resposta correta será a soma dos números associados às proposições verdadeiras. Para cada questão, preencha sempre dois alvéolos: um na coluna das dezenas e um na coluna das unidades, conforme exemplo ao lado: questão 13, resposta 09 (soma das proposições 01 e 08).
8. Se desejar, transcreva as respostas deste caderno no Rascunho para Anotação das Respostas constante nesta prova e destaque-o, para retirá-lo hoje, nesta sala, no horário das 13h15min às 13h30min, mediante apresentação do documento de identificação do candidato. Após esse período, não haverá devolução.
9. Ao término da prova, levante o braço e aguarde atendimento. Entregue ao fiscal este caderno, a Folha de Respostas e o Rascunho para Anotação das Respostas.

09	13
☐	☐
☐	☐
☐	☐
☐	☐
☐	☐
☐	☐
☐	☐
☐	☐
☐	☐

Corte na linha pontilhada.

RASCUNHO PARA ANOTAÇÃO DAS RESPOSTAS

Nº DE ORDEM:

NOME:

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20



UEM – Comissão Central do Vestibular Unificado

GABARITO 1

01 – Em um sistema de eixos ortogonais xOy , considere uma circunferência C dada pela equação $x^2 + y^2 + 6x + 4y + 12 = 0$. Assinale o que for **correto**.

- 01) A circunferência C está contida no primeiro quadrante do sistema cartesiano.
- 02) O diâmetro da circunferência C mede 1 unidade de comprimento.
- 04) Se $P(a,b)$ é o centro da circunferência C , então a e b satisfazem a equação $2^{x^2+5x+6} = 1$.
- 08) A reta de equação $y = \frac{2}{3}x$ divide o círculo delimitado pela circunferência C em duas regiões de mesma área.
- 16) O volume de uma esfera que tem o mesmo raio da circunferência C é $\frac{4}{3}\pi$ unidades de volume.

☐

02 – Em um sistema de eixos ortogonais xOy , em que as unidades correspondem a quilômetros, há três antenas de operadoras de celulares com raio de alcance até 10 km. As antenas estão localizadas nos pontos $A(0,0)$, $B(3,0)$ e $C(-4,-4)$. Em um dado instante, as três antenas captam uma mesma ligação. Se a antena localizada em A identificou a ligação a 5 km de distância e a antena localizada em B identificou a ligação a 4 km de distância, é **correto** afirmar que

- 01) a distância entre as antenas localizadas em B e C é 9 km.
- 02) o ponto que indica onde foi realizada a ligação e os pontos A , B e C são vértices de um paralelogramo.
- 04) os pontos que indicam as antenas A , B e C são colineares.
- 08) a antena localizada em C identificou a ligação a uma distância de 7 km.
- 16) o ponto que indica onde foi realizada a ligação e os pontos A e B são vértices de um triângulo retângulo.

☐

- 03** – Sejam r e s duas retas no plano cartesiano definidas pelas equações $y = x + 1$ e $\frac{x}{5} + \frac{y}{25} = 1$, respectivamente. É **correto** afirmar que
- 01) as retas r e s são perpendiculares.
 - 02) as retas r e s são concorrentes.
 - 04) a área da região delimitada pelas retas r e s e pela reta t que passa pelos pontos $P(2,3)$ e $Q(5,0)$ é 6 unidades de área.
 - 08) a área do triângulo determinado pelos pontos de interseção da reta s com os eixos Ox e Oy e pela origem do sistema cartesiano xOy é 125 unidades de área.
 - 16) a reta r e a reta t que passa pelos pontos $P(2,3)$ e $Q(5,0)$ não determinam um único plano.

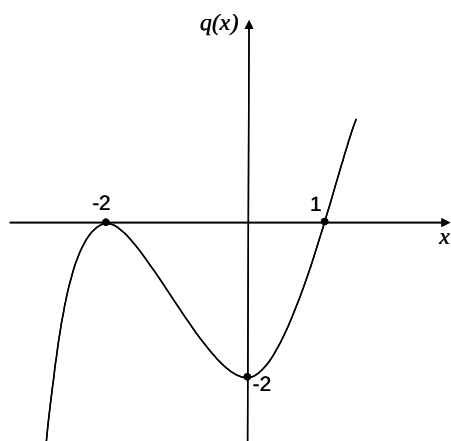
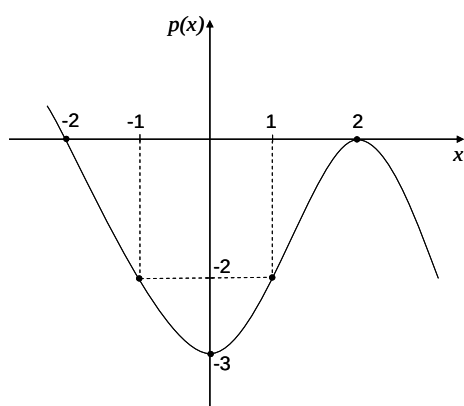
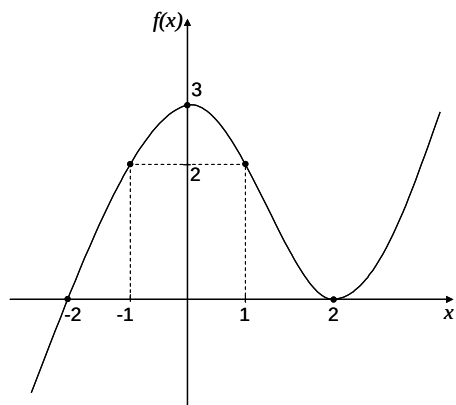
☐

- 04** – Em uma circunferência com raio de medida r , temos um trapézio isósceles inscrito. Sabendo que o comprimento da base maior do trapézio é igual à medida do diâmetro e a base menor tem medida igual à do raio, é **correto** afirmar que
- 01) a soma dos ângulos internos do trapézio é 180° .
 - 02) o perímetro do trapézio é $5r$.
 - 04) a área do trapézio é $\frac{3r^2\sqrt{3}}{4}$.
 - 08) três lados do trapézio medem r .
 - 16) o trapézio possui um ângulo interno de medida $\frac{\pi}{3}$.

☐

05 – As figuras a seguir apresentam os gráficos de três funções $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $p: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $q: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

Rascunho



Analisando esses gráficos, assinale o que for **correto**.

01) $(f \circ q)(0) = 0$.

02) $(p \circ q \circ f)(2) = 0$.

04) $(f - p)(1) = 0$.

08) $(p \circ p)(1) = (f \circ f)(1)$.

16) Se restringirmos o domínio da função f ao intervalo $[0, 2]$, então $(p \circ f^{-1})(3) = 3$.

☐

06 – Considere as matrizes quadradas de ordem 9:

$$A = (a_{ij}) \text{ tal que } a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } i = j \\ 0, & \text{se } i \neq j; \end{cases}$$

$$B = (b_{ij}) \text{ tal que } b_{ij} = i - 2j;$$

$$C = (c_{ij}) \text{ tal que } c_{ij} = -2i + j;$$

$$D = (d_{ij}) \text{ tal que } d_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{se } i > j \\ 2i - j, & \text{se } i \leq j. \end{cases}$$

Assinale o que for **correto**.

01) A é a matriz identidade e, portanto, $A.B=A$.

02) $B^t.C = C^2$.

04) Se $E = (e_{ij}) = C.A$, então $e_{86} = 10$.

08) $\det(D^{-1}) = \frac{1}{9!}$.

16) $\det(B) = \det(C)$.

☐

07 – Assinale o que for **correto** com respeito às matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 1 & x & -2 \\ 2 & x & 1 \\ 3 & x & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} y \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ e } C = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ z \end{pmatrix}$$

e à equação $A.B = C$.

01) Não existem valores reais para x , y e z que satisfazem a equação dada.

02) Existem infinitos valores reais para x , y e z que satisfazem a equação dada.

04) Existe apenas um valor real para x , um para y e um para z que satisfazem a equação dada.

08) A matriz A é invertível para todo $x \neq 0$.

16) Para obtermos uma solução da equação dada, devemos ter $y = 2$.

☐

08 – Um paralelepípedo reto de base quadrada e altura medindo h possui área total $16h^2$. É **correto** afirmar que

01) a aresta da base mede o dobro da altura do paralelepípedo.

02) o paralelepípedo é um cubo.

04) a diagonal do paralelepípedo mede $2h\sqrt{2}$.

08) a área lateral do paralelepípedo é metade da área total.

16) o volume do paralelepípedo é $4h^3$.

☐

09 – Com respeito a tetraedros (pirâmides de base triangular) e a hexaedros regulares (cubos), assinale o que for **correto**.

- 01) Em um tetraedro, temos um par de arestas que estão contidas em retas paralelas.
- 02) Em um tetraedro, temos um par de arestas que estão contidas em retas reversas.
- 04) Em um hexaedro regular, a soma do número de vértices com o número de faces é igual ao número de arestas.
- 08) Em um hexaedro regular, a reta que contém uma aresta é perpendicular a quatro planos distintos que contêm faces desse hexaedro regular.
- 16) O número de vértices e o número de arestas de um hexaedro regular são, respectivamente, o dobro do número de vértices e o dobro do número de arestas de um tetraedro.

☐

10 – Considere um triângulo ABC retângulo em A e um ponto D no segmento $\overline{AB}$ tal que a medida de $\overline{BD}$ seja igual à medida de $\overline{DC}$. Sabendo que a medida de $\overline{BC}$ é 5 cm e a medida de $\overline{AB}$ é 4 cm, assinale o que for **correto**.

- 01) A área do triângulo ABC é 12 cm^2 .
- 02) Se a medida do ângulo $\hat{ADC}$ é α , então $\text{sen}(\alpha) = \frac{3}{5}$.
- 04) Se a medida do ângulo $\hat{CBD}$ é β , então $\text{tg}(\beta) = \frac{3}{4}$.
- 08) Os segmentos $\overline{DA}$ e $\overline{DB}$ possuem mesma medida.
- 16) Os ângulos $\hat{BCD}$ e $\hat{CBD}$ são congruentes.

☐

11 – Na divisão do polinômio $p(x) = x^3 + ax^2 + bx + 12$, em que $a, b \in \mathbb{R}$, por $x^2 - 5x + 5$, obtém-se o quociente igual ao resto. Desse modo, é **correto** afirmar que

- 01) $a = b$.
- 02) $p(x)$ é divisível por $x - 2$.
- 04) $p(x)$ é divisível por $x + 2$.
- 08) o resto da divisão de $p(x)$ por $x + 1$ é zero.
- 16) as raízes de $p(x)$ são -2 , 2 e 3 .

☐

12 – Considerando $\log_3 2 = a$ e $\log_3 5 = b$, é **correto**

afirmar que

01) $\log_3 162 = a + 4$.

02) $\log_3 \sqrt{75} = \frac{b}{2}$.

04) $\log_{15} 12 = \frac{1+a}{1+b}$.

08) o valor de $x \in \mathbb{R}$ na equação $5^x = 10$ é $\frac{a}{b} + 1$.

16) $\log 72 = \frac{3a}{a+b}$.

☐

13 – Considere A , B e C vértices de um triângulo, M um ponto sobre o lado $\overline{AB}$ e N um ponto sobre o lado $\overline{AC}$, de tal forma que $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$ (ou seja, a reta que contém $\overline{MN}$ seja paralela à reta que contém o lado $\overline{BC}$). No triângulo AMN , considere um ponto P sobre o lado $\overline{AM}$ e um ponto Q sobre o lado $\overline{AN}$, de tal forma que $\overline{PQ} \parallel \overline{MN}$. Assinale o que for **correto**, adotando a notação RS para a medida do segmento $\overline{RS}$.

01) Os triângulos ABC , AMN e APQ são semelhantes.

02) Os ângulos $\widehat{APQ}$, $\widehat{PMN}$ e $\widehat{MBC}$ são congruentes.

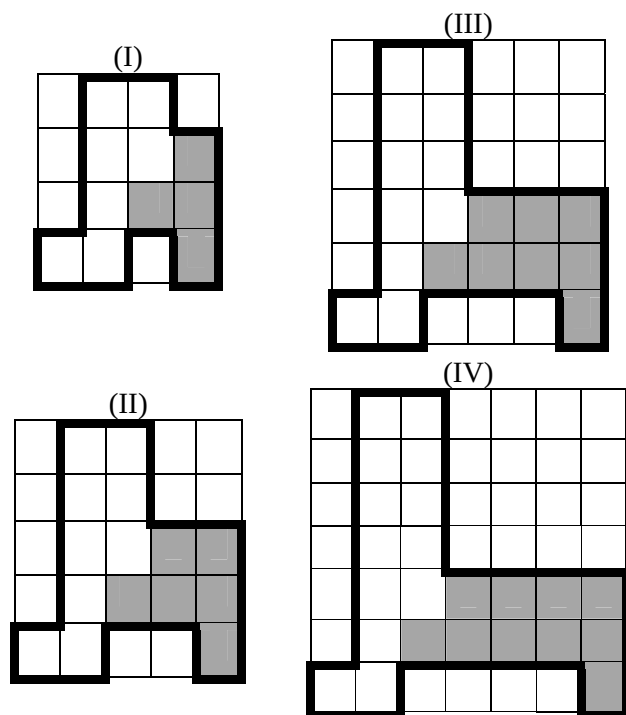
04) $\frac{AQ}{AC} = \frac{PQ}{BC}$.

08) $\frac{AP}{AQ} = \frac{PM}{QN} = \frac{MB}{NC}$.

16) Se $\frac{AP}{AB} = \frac{AQ}{AC} = \frac{PQ}{BC} = k$, então a razão entre os perímetros dos triângulos APQ e ABC é 1.

☐

- 14 – Cada uma das regiões poligonais, na seqüência de figuras abaixo, é construída sobre quadrados com lados de 4, 5, 6 e 7 unidades de comprimento, sendo cada um dos quadrados interiores 1 unidade de área. Considere que essas figuras são as 4 primeiras, nessa ordem, de uma seqüência infinita que segue esse padrão.



Em relação às regiões poligonais demarcadas em negrito e às regiões sombreadas, em cada figura da seqüência, é **correto** afirmar que

- 01) as áreas das regiões poligonais demarcadas em negrito, na seqüência de figuras, estão em uma progressão geométrica.
- 02) a área da 117.^a região poligonal demarcada em negrito, nessa seqüência, será 475 unidades de área.
- 04) a área da região sombreada da n -ésima figura, nessa seqüência, pode ser expressa por $2n^2 - 4n + 6$.
- 08) as áreas das regiões sombreadas, em cada uma das figuras da seqüência, formam uma progressão aritmética de razão 2.
- 16) existe uma região poligonal demarcada em negrito, nessa seqüência, cuja área é um número par.



15 – Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$ uma função da forma $f(x) = a \cdot b^x$

em que a e b são números reais não nulos e $\mathbb{R}_+^*$ indica o conjunto dos números reais positivos. Se $A(0,1)$ e $B(1,3)$ são dois pontos que pertencem ao gráfico de f , então é **correto** afirmar que

01) $a = 1$ e $b = 3$.

02) f é uma função decrescente.

04) tem-se que $f(x) \geq 0$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

08) $f^{-1}(x) = \log_3 x$.

16) o gráfico de f intercepta o eixo Ox para algum $x < 0$.

☐

16 – Considere os seguintes subconjuntos de $\mathbb{R}^2$:

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; -1 \leq x \leq 1 \text{ e } -1 \leq y \leq 1\};$$

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 = 1\};$$

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; -1 \leq x \leq 1\};$$

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; -1 \leq x \leq 1 \text{ e } 0 \leq y \leq \sqrt{1-x^2}\};$$

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; -1 \leq y \leq 1\};$$

$$F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; -1 \leq x \leq 1 \text{ e } -\sqrt{1-x^2} \leq y \leq 0\}.$$

É **correto** afirmar que

01) $C \cap E = A$.

02) $(D \cup F) \cap A = B$.

04) $B \cap D \cap F = \{(-1, 0), (1, 0)\}$.

08) $(D \cup F) \cap B = B$.

16) $(D \cup F) \cap A = B$.

☐

17 – No conjunto dos números reais não-negativos $\mathbb{R}_+$,

definimos a operação $x \otimes y = \frac{x+4y}{1+xy}$. Com respeito

a essa operação, assinale o for **correto**.

01) Existe $x \in \mathbb{R}_+$, tal que $x \otimes y = x$ para todo y real não-negativo.

02) $(1 \otimes 2) \otimes 3$ é um número inteiro.

04) $x \otimes y = y \otimes x$ para todos $x, y \in \mathbb{R}_+$.

08) Em $\mathbb{R}_+$, não existe solução para a equação $x \otimes x = x$.

16) $1 \otimes 2 = 4 \otimes \frac{1}{8}$.

☐

18 – Dado um número complexo $z = a + bi$, indicamos por $\bar{z}$ seu conjugado. Desse modo, assinale o que for **correto**.

01) $\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right) = i$.

02) Se $z \in \mathbb{C}$ é raiz de um polinômio com coeficientes reais, então $\bar{z}$ é raiz do mesmo polinômio.

04) $\frac{1}{a \cdot i} = \frac{i}{a}$ para todo $a \in \mathbb{R}$ em que $a \neq 0$.

08) $z - \bar{z} \in \mathbb{R}$ para todo $z \in \mathbb{C}$.

16) $i^2 + i^4 + i^6 + i^8 + i^{10} = i^{2+4+6+8+10}$.

☐

19 – Se $x \in \mathbb{R}$ com $0 \leq x < 2\pi$ satisfaz a equação

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 1 + \sin(x),$$

então é **correto** afirmar que

01) a equação admite apenas três soluções distintas.

02) a soma das soluções da equação é igual a 2π .

04) $\sin(x) \leq 0$ para toda solução x da equação.

08) $\cos(x) \geq 0$ para toda solução x da equação.

16) as soluções da equação são menores que π .

☐

20 – Em uma sala, há seis lâmpadas com interruptores independentes que não identificam a lâmpada que controlam. Assinale o que for **correto**.

01) Se todas as lâmpadas estão apagadas, então há 15 modos distintos de iluminar a sala acionando 4 interruptores.

02) Se todas as lâmpadas estão apagadas, então há 15 modos distintos de iluminar a sala acionando 2 interruptores.

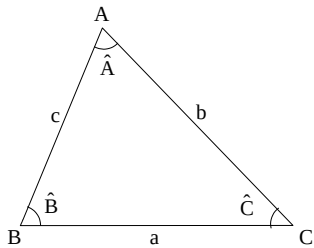
04) Se há somente 3 lâmpadas acesas, então, ao acionarmos um interruptor ao acaso, a probabilidade de acionarmos mais uma lâmpada é $\frac{1}{3}$.

08) Se todos os interruptores estão acionados, porém há 2 lâmpadas queimadas, então, escolhendo um interruptor ao acaso, a probabilidade de este controlar uma lâmpada queimada é $\frac{1}{2}$.

16) Há 12 modos distintos de escolhermos uma lâmpada e um interruptor.

☐

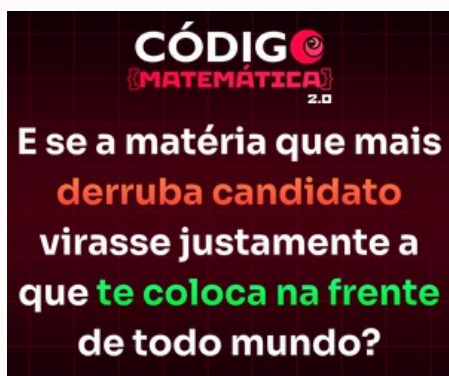
MATEMÁTICA – Formulário

Trigonometria	$\sin(x \pm y) = \sin(x)\cos(y) \pm \sin(y)\cos(x)$ $\cos(x \pm y) = \cos(x)\cos(y) \mp \sin(x)\sin(y)$ $\operatorname{tg}(x \pm y) = \frac{\operatorname{tg}(x) \pm \operatorname{tg}(y)}{1 \mp \operatorname{tg}(x)\operatorname{tg}(y)}$	 <i>Lei dos senos:</i> $\frac{a}{\sin(\hat{A})} = \frac{b}{\sin(\hat{B})} = \frac{c}{\sin(\hat{C})}$ <i>Lei dos cossenos:</i> $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\hat{A})$
Análise Combinatória	$P_n = n!$ $A_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$	$C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$ $(a+b)^n = \sum_{i=0}^n C_{n,i} a^{n-i} b^i$
Geometria Plana e Espacial	Área do losango: $A = \frac{d \cdot D}{2}$ Área do trapézio: $A = \frac{(b+B)h}{2}$ Área do círculo: $A = \pi R^2$ Área lateral do cilindro: $A = 2\pi Rh$ Área lateral do cone: $A = \pi Rg$ Área da superfície esférica: $A = 4\pi R^2$	Volume do cubo: $V = a^3$ Volume do prisma: $V = B \cdot h$ Volume da pirâmide: $V = \frac{B \cdot h}{3}$ Volume do cilindro: $V = \pi R^2 h$ Volume do cone: $V = \frac{\pi R^2 h}{3}$ Volume da esfera: $V = \frac{4}{3} \pi R^3$
Progressões	Progressão Aritmética (P. A.): $a_n = a_1 + (n-1)r$ $S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$	Progressão Geométrica (P. G.): $a_n = a_1 q^{n-1}$ $S_n = \frac{a_1 - a_1 q^n}{1-q}, q \neq 1$ $S_\infty = \frac{a_1}{1-q}, q < 1$
Geometria Analítica	Área do triângulo de vértices $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ e $R(x_3, y_3)$: $A = \frac{1}{2} D , \text{ onde } D = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$	Distância de um ponto $P(x_0, y_0)$ à reta $r: ax + by + c = 0$: $d_{P,r} = \left \frac{ax_0 + by_0 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right $

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

