

Matemática

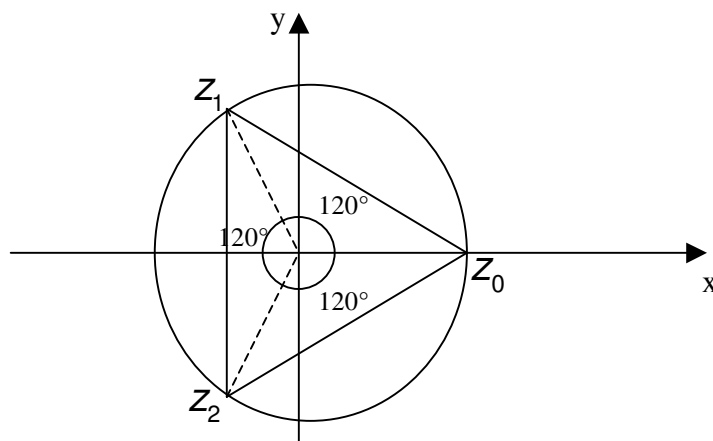
Gabarito Final com Distribuição de Pontos

Primeira Questão

- Como $p(z)$ tem grau 3 e coeficientes reais, temos que uma de suas raízes é um número real. 2 pts.
- Como as três raízes z_0 , z_1 e z_2 de $p(z)$ são vértices de um triângulo equilátero inscrito na circunferência de raio 2 centrada na origem, as únicas possibilidades para a raiz real z_0 são 2 ou -2 4 pts.

Caso I: $z_0 = 2$

Nesse caso, teremos a seguinte situação:



Logo,

$$z_1 = 2(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ) = 2\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -1 + i\sqrt{3} \text{ e } \dots\dots\dots 2 \text{ pts.}$$

$$z_2 = -1 - i\sqrt{3} \dots\dots\dots 2 \text{ pts.}$$

Portanto,

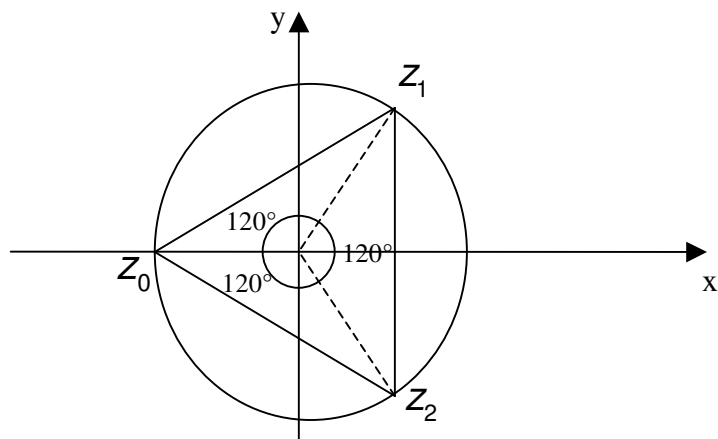
$$p(z) = (z - 2)(z^2 - (z_1 + z_2)z + (z_1 z_2)) = (z - 2)(z^2 + 2z + 4) = z^3 - 8 \dots\dots\dots 3 \text{ pts.}$$

Matemática

Gabarito Final com Distribuição de Pontos

Caso II: $z_0 = -2$

Nesse caso, teremos a seguinte situação:



Logo,

$$z_1 = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ) = 2\left(\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 1 + i\sqrt{3} \text{ e } \dots\dots\dots 2 \text{ pts.}$$

$$z_2 = 1 - i\sqrt{3} \dots\dots\dots 2 \text{ pts.}$$

Portanto,

$$p(z) = (z+2)(z^2 - (z_1 + z_2)z + (z_1 z_2)) = (z+2)(z^2 - 2z + 4) = z^3 + 8 \dots\dots\dots 3 \text{ pts.}$$

Matemática

Gabarito Final com Distribuição de Pontos

Segunda Questão

(i) Resolvendo a equação $f(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = x^2 - 6x + 5$, segue que

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2}, \text{ ou seja } x = 1 \text{ ou } x = 5 \dots\dots\dots 2 \text{ pts.}$$

(ii) Dado que $(g \circ f)(x) = 0$, segue que $f(x) = -3$ (*)..... 3 pts.
ou $f(x) = 5$ (**) 3 pts.

(iii) De (*) encontramos a equação $x^2 - 6x + 8 = 0$ 1 pt.

Resolvendo a mesma, segue que: $x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (8)}}{2 \cdot (1)} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} \dots\dots\dots 1 \text{ pt.}$

Desta forma, $x_1 = 4$ 2 pts.
ou $x_2 = 2$ 2 pts.

(iv) De (**) encontramos a equação $x^2 - 6x = 0$ 1 pt.

Resolvendo a mesma, segue que $x = \frac{6 \pm \sqrt{36}}{2} \dots\dots\dots 1 \text{ pt.}$

Desta forma, $x_1 = 0$ 2 pts.
ou $x_2 = 6$ 2 pts.

Matemática

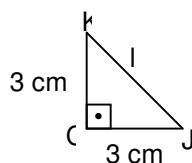
Gabarito Final com Distribuição de Pontos

Terceira Questão – Valor: 20 pontos

- Fórmula do volume da pirâmide:

$$V_{\text{pirâmide}} = 1/3 \cdot (\text{área da base}) \cdot (\text{altura da pirâmide}) \dots\dots\dots 2 \text{ pts.}$$

- Cálculo do lado do hexágono regular \dots\dots\dots 2 pts.



$$l^2 = 3^2 + 3^2$$

$$l = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$

- Área do hexágono regular = 6.(área do triângulo equilátero)..... 3 pts.

$$= 6 \cdot \frac{l^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \dots\dots\dots 2 \text{ pts.}$$

$$= 6 \cdot \frac{(3\sqrt{2})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 27\sqrt{3} \text{ cm}^2 \dots\dots\dots 1 \text{ pt.}$$

- Cálculo da diagonal do cubo..... 4 pts.

$$D = \sqrt{6^2 + \left(\sqrt{6^2 + 6^2}\right)^2} = \sqrt{3 \cdot 6^2} = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

- Altura da pirâmide = $\frac{1}{2}$.(diagonal do cubo)..... 4 pts.

$$h = \frac{D}{2} = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

- Substituição dos valores numéricos na fórmula do volume da pirâmide \dots\dots\dots 2 pts.

$$V = \frac{1}{3} (27\sqrt{3}) (3\sqrt{3}) = 81 \text{ cm}^3$$

Matemática

Gabarito Final com Distribuição de Pontos

Quarta Questão

Consideremos

x = comprimento da vela de Joana e

y = comprimento da vela de Maria

Teremos as seguintes equações:

$$x + y = 22 \text{ cm} \dots\dots\dots 4 \text{ pts.}$$

$$x - \frac{10}{100}x = \frac{9}{10}x : \text{o que restou da vela de Joana} \dots\dots\dots 3 \text{ pts.}$$

$$y - \frac{25}{100}y = \frac{3}{4}y : \text{o que restou da vela de Maria} \dots\dots\dots 3 \text{ pts.}$$

$$\text{Logo, } \frac{9}{10}x = \frac{3}{4}y \dots\dots\dots 4 \text{ pts.}$$

Desse modo,

$$\begin{cases} x + y = 22 \\ \frac{9}{10}x = \frac{3}{4}y \end{cases} \Rightarrow x = 10 \text{ e } y = 12 \dots\dots\dots 2 \text{ pts.}$$

Portanto,

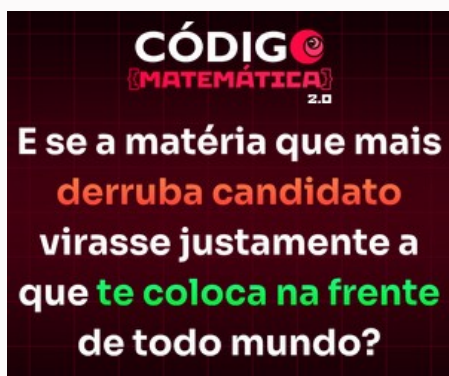
Pedaço da vela de Joana: 10 cm 2 pts.

Pedaço da vela de Maria: 12 cm 2 pts.

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

