

MATEMÁTICA - VESTIBULAR 2004 - 2ª ETAPA

QUESTÃO 01

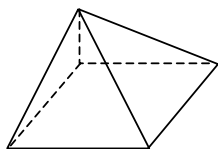
- a) O primeiro gráfico mostra o percentual de universitários do sexo masculino, no Brasil, que é de 44%. Logo, o percentual de universitários do sexo feminino, no Brasil, é $100\% - 44\% = 56\%$. (valor: 1,0 ponto)
- b) O ângulo central do terceiro gráfico, que corresponde ao percentual de universitários que estudam em instituições de ensino superior públicas é $360^\circ - 248,4^\circ = 111,6^\circ$. Assim, através de regra de três, obtemos:
- $$\begin{array}{lcl} 360^\circ & \text{---} & 100\% \\ 111,6^\circ & \text{---} & x\% \end{array} \Rightarrow 360x = 100 \cdot 111,6 \Rightarrow x = 1116/36 \Rightarrow x = 31\%. \text{ Logo, o percentual de universitários que estudam em instituições de ensino superior públicas é de 31\%.}$$
- (valor: 2,0 pontos)
- c) Sim, pois o percentual de universitários do sexo feminino, no Brasil (56%), é maior que o percentual de universitários do sexo masculino (44%). (valor: 1,0 ponto)
- d) Não, por insuficiência de dados. (valor: 1,0 ponto)

QUESTÃO 02

- a) Seja S a soma das raízes.
Pela relação de Girard, temos: $S = -b/a$, onde $a = 1$ e $b = -2k$. Assim $S = -(-2k)/1 = 2k$ (valor: 1,0 ponto)
- b) Seja P o produto das raízes.
Pela relação de Girard, temos $P = c/a$, onde $a = 1$ e $c = k^2 + k$. Assim $P = (k^2 + k)/1 = k^2 + k$ (valor: 1,0 ponto)
- c) Sejam $x_1 = \sin\alpha$ e $x_2 = \cos\alpha$ as raízes da equação $x^2 - 2kx + k^2 + k = 0$
- Do item a), temos $(x_1 + x_2)^2 = (2k)^2 \Rightarrow x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 = 4k^2$
Da trigonometria, temos que $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = 1$
Do item b), temos $x_1^2 x_2^2 = k^2 + k$
Portanto,
- $$1 + 2(k^2 + k) = 4k^2 \Rightarrow 2k^2 - 2k - 1 = 0 \Rightarrow k = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}.$$
- Sendo $k < 0$, temos que $K = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}$. (valor: 3,0 ponto)

QUESTÃO 03

a)



(valor: 0,2 ponto)

- b) Como a base da pirâmide é um quadrado de perímetro 20 cm, temos que o comprimento ℓ dos lados do quadrado satisfaz $4\ell = 20$, ou seja, $\ell = 5$ cm.
Como um dos lados de cada triângulo é também lado do quadrado e os triângulos são equiláteros, segue que os lados dos triângulos medem 5 cm. (valor: 0,6 ponto)

c) $S = \ell^2 \Rightarrow S = 5^2 \Rightarrow S = 25 \text{ cm}^2$ (valor: 0,6 ponto)

d) Seja d a diagonal da base. Então, $d = \ell \sqrt{2} = 5\sqrt{2} \text{ cm}$.
Como a pirâmide é regular, a projeção ortogonal de seu vértice sobre a base é o centro do quadrado. Obtemos, então, um triângulo retângulo de catetos H (altura da pirâmide) e $d/2$ e de hipotenusa ℓ . Aplicando o Teorema de Pitágoras, obtemos:

$$\lambda^2 = H^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 \Rightarrow 5^2 = H^2 + \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2 \Rightarrow H = \frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$$

(valor: 2,4 pontos)

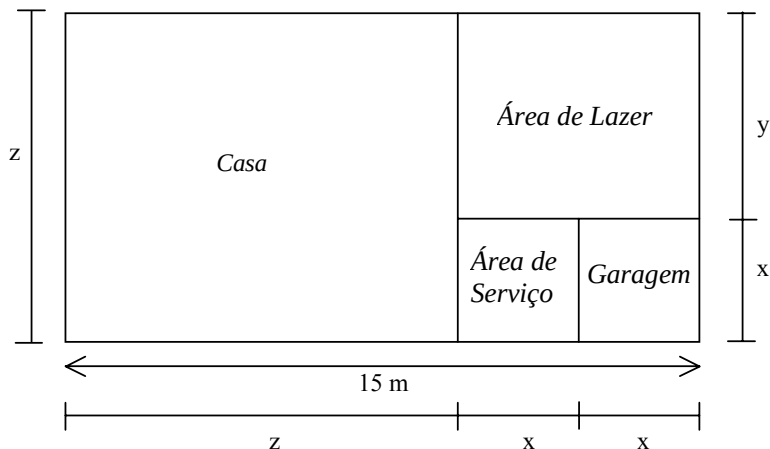
e) Dos itens c) e d) obtemos:

$$V = \frac{SH}{3} = \frac{25 \cdot \frac{5\sqrt{2}}{2}}{3} = \frac{125\sqrt{2}}{6} \text{ cm}^3.$$

Logo, o volume da pirâmide a ser montada é $\frac{125\sqrt{2}}{6} \text{ cm}^3$. (valor: 0,6 ponto)

f) Paulo não atendeu às especificações dadas por sua professora, pois a pirâmide que ele montou possui volume menor que 42 cm^3 . (valor: 0,6 ponto)

QUESTÃO 04



Da figura, obtemos:

$$\begin{aligned} y &= 2x \\ z &= x + y = 3x \\ z &= 15 - 2x \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} 3x &= 15 - 2x \Rightarrow 5x = 15 \Rightarrow x = 3 \\ z &= 3x = 9. \end{aligned}$$

Portanto, a largura do terreno é de 9 m. (valor: 5,0 pontos)

QUESTÃO 05

Sejam x , y e z os números de pontos que cada jogador faz ao acertar um tiro, respectivamente, nas regiões A, B e C.

Assim, $y = \frac{x}{2}$ e $z = \frac{y}{5}$, o que implica $y = \frac{x}{2}$ e $z = \frac{x}{10}$.

Logo, pela jogada de Carlos, obtemos:

$$5x + 2y + 2z = 62 \Rightarrow 5x + 2 \cdot \frac{x}{2} + 2 \cdot \frac{x}{10} = 62 \Rightarrow 5x + x + \frac{x}{5} = 62 \Rightarrow 31x = 310 \Rightarrow x = 10.$$

Sendo $x = 10$, temos que $y = 5$ e $z = 1$.

Portanto, Pedro fez $8 \cdot 10 + 3 \cdot 5 + 2 \cdot 1 = 97$ pontos.

(valor: 5,0 pontos)

QUESTÃO 06

- a) A equação da reta r que passa pelos pontos $A = (0, 1)$ e $B = (-4, -3)$ é dada por: $\left. \begin{array}{l} y - 1 = \frac{-3 - 1}{-4 - 0}(x - 0), \text{ ou seja, } y = x + 1. \end{array} \right\} \text{ (valor: 1,5 pontos)}$
- b) A equação da circunferência de centro no ponto $C = (3, 2)$ e raio igual a 2 $\left. \begin{array}{l} \text{é dada por: } (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 4, \text{ ou seja, } x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0. \end{array} \right\} \text{ (valor: 1,0 ponto)}$
- c) Os pontos da reta r , cuja distância ao ponto C é igual a 2, correspondem à interseção da reta r com a circunferência obtida na letra b. $\left. \begin{array}{l} \text{Logo, resolvendo o sistema } \begin{cases} y = x + 1 \\ (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 4 \end{cases} \text{ obtemos: } x = 1 \text{ e } y = 2 \text{ ou } x = 3 \text{ e } y = 4. \\ \text{Portanto, os pontos são } (1, 2) \text{ e } (3, 4). \end{array} \right\} \text{ (valor: 2,5 pontos)}$

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

