

# Universidade Federal de Uberlândia

Comissão Permanente de Vestibular

Programa Alternativo de Ingresso ao Ensino Superior

Av. João Naves de Ávila, 2121 – Campus Santa Mônica – E-mail: [copev@ufu.br](mailto:copev@ufu.br)

Fones: (34) 3239-4127 / 3239-4128 Fax: (34) 3239-4400

38408-100 – UBERLÂNDIA – MG

## PROCESSO SELETIVO / UNIFAL/ 2008/2

### MATEMÁTICA

### GABARITO FINAL COM DISTRIBUIÇÃO DOS PONTOS

#### Questão 1

Como  $A$  comuta com  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ , então  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ . ( 2 pontos )

Efetuada o produto obtemos  $\begin{pmatrix} b & b \\ d & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ a+c & b+d \end{pmatrix}$ . ( 2 pontos )

Da igualdade das matrizes concluímos que  $b = 0$  e  $c = d - a$ . ( 1 ponto )

Sendo  $\det(A) = 2$  então  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 2$ , ou seja,  $ad - bc = 0$ , e como  $b = 0$  concluímos ainda que  $ad = 2$ . ( 2 pontos )

Como  $a$  e  $d$  são inteiros positivos, ocorrerá uma das seguintes possibilidades:

$$a = 1, d = 2 \text{ e } c = 1 \quad ( 2 \text{ pontos } )$$

ou

$$a = 2, d = 1 \text{ e } c = -1 \quad ( 2 \text{ pontos } ).$$

Esta última possibilidade não convém, pois  $c$  é positivo por hipótese. ( 2 pontos )

Logo obtemos que  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$  e  $A' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$  ( 2 pontos )

Pelo cálculo da inversa, quer seja usando a propriedade definidora  $A \cdot A^{-1} = I$  ou usando a fórmula

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \text{ para obter } A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \text{ atribui-se 4 pontos.}$$

$$\text{Logo } X = A^{-1} + A' = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{5}{2} \end{pmatrix}, \text{ de onde segue que } \det(X) = \frac{11}{2}. \quad ( 1 \text{ ponto } )$$



# Universidade Federal de Uberlândia

Comissão Permanente de Vestibular

Programa Alternativo de Ingresso ao Ensino Superior

Av. João Naves de Ávila, 2121 – Campus Santa Mônica – E-mail: [copev@ufu.br](mailto:copev@ufu.br)

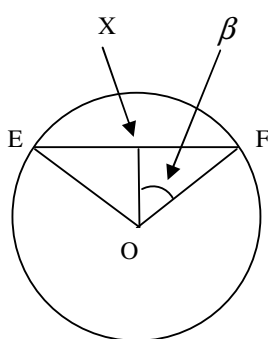
Fones: (34) 3239-4127 / 3239-4128 Fax: (34) 3239-4400

38408-100 – UBERLÂNDIA – MG

## PROCESSO SELETIVO / UNIFAL/ 2008/2

### GABARITO FINAL COM DISTRIBUIÇÃO DOS PONTOS

#### Questão 2



$$\overline{OX} = 1,5 - 1 = 0,5 \text{ m} \quad (1 \text{ ponto}).$$

$$\cos \beta = \frac{\overline{OX}}{\overline{OF}} = \frac{0,5}{1} = 0,5 \Rightarrow \beta = 60^\circ \quad \left. \vphantom{\cos \beta} \right\} (1 \text{ ponto})$$

$$\alpha = \widehat{EOF} = 2\beta = 120^\circ$$

$$\text{Cálculo de } \overline{XF}: \quad \overline{XF}^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1^2 \Rightarrow \overline{XF} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m} \quad (2 \text{ pontos}).$$

$$\text{Cálculo da área do triângulo } EOF: \quad S_{\triangle EOF} = 2 \cdot \left( \frac{\overline{XF} \cdot \overline{OX}}{2} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ m}^2 \quad (4 \text{ pontos}).$$

$$\text{Cálculo do volume do prisma: } V_{\text{prisma}} = S_{\triangle EOF} \cdot L = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 12 = 3\sqrt{3} \text{ m}^3 \quad (4 \text{ pontos}).$$

Cálculo do volume do restante do líquido ( $V_2$ ):

$$\theta = 360^\circ - \alpha = 360^\circ - 120^\circ = 240^\circ \quad (1 \text{ ponto}).$$

$$V_2 = \frac{2}{3} \cdot V_{\text{cilindro}} = \frac{2}{3} \cdot S_{\text{círculo}} \cdot L \quad (1 \text{ ponto}).$$

$$V_2 = \frac{2}{3} \cdot (\pi \cdot 1^2) \cdot 12 = 8\pi \text{ m}^3 \quad (2 \text{ pontos}).$$

Cálculo do volume de álcool ( $V_{\text{álcool}}$ ):

$$V_{\text{álcool}} = V_{\text{prisma}} + V_2 = (3\sqrt{3} + 8\pi) \text{ m}^3. \quad (3 \text{ pontos}).$$

$$V_{\text{álcool}} = 3000\sqrt{3} + 8000\pi \text{ litros}. \quad (1 \text{ ponto}).$$



# Universidade Federal de Uberlândia

Comissão Permanente de Vestibular

Programa Alternativo de Ingresso ao Ensino Superior

Av. João Naves de Ávila, 2121 – Campus Santa Mônica – E-mail: [copev@ufu.br](mailto:copev@ufu.br)

Fones: (34) 3239-4127 / 3239-4128 Fax: (34) 3239-4400

38408-100 – UBERLÂNDIA – MG

## PROCESSO SELETIVO / UNIFAL/ 2008/2

---

Resolução alternativa:

Cálculo da área do setor vazio:

$$S_{\text{setor}} = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot r^2}{360^\circ} = \frac{120^\circ \cdot \pi \cdot 1^2}{360^\circ} = \frac{\pi}{3} m^2 \quad (2 \text{ pontos}).$$

$$S_{\text{setor vazio}} = S_{\text{setor}} - S_{\Delta EOF} = \left( \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) m^2 \quad (2 \text{ pontos}).$$

Cálculo da área com líquido ( $S_{\text{álcool}}$ ):

$$S_{\text{álcool}} = S_{\text{círculo}} - S_{\text{setor vazio}} = \pi \cdot r^2 - \left( \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) \quad (2 \text{ pontos}).$$

$$S_{\text{álcool}} = \pi \cdot 1^2 - \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \left( \frac{8\pi + 3\sqrt{3}}{12} \right) m^2 \quad (2 \text{ pontos}).$$

Cálculo do volume de álcool ( $V_{\text{álcool}}$ ):

$$V_{\text{álcool}} = S_{\text{álcool}} \cdot L = \left( \frac{8\pi + 3\sqrt{3}}{12} \right) \cdot 12 = (8\pi + 3\sqrt{3}) m^3 \quad (3 \text{ pontos}).$$

$$V_{\text{álcool}} = 8000\pi + 3000\sqrt{3} \text{ litros}. \quad (1 \text{ ponto}).$$



# Universidade Federal de Uberlândia

Comissão Permanente de Vestibular

Programa Alternativo de Ingresso ao Ensino Superior

Av. João Naves de Ávila, 2121 – Campus Santa Mônica – E-mail: [copev@ufu.br](mailto:copev@ufu.br)

Fones: (34) 3239-4127 / 3239-4128 Fax: (34) 3239-4400

38408-100 – UBERLÂNDIA – MG

## PROCESSO SELETIVO / UNIFAL/ 2008/2

### GABARITO FINAL COM DISTRIBUIÇÃO DOS PONTOS

#### Questão 3

Determinação dos vértices:

$$A \text{ e } C: \begin{cases} \log_a x = 0 \Rightarrow x = a^0 \Rightarrow x = 1 \\ x = 0 \Rightarrow y = 2 \cdot a^0 \Rightarrow y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} A = (1, 2) \text{ (2 pontos)} \\ C = (1, 2a) \text{ (2 pontos)} \end{matrix}.$$

$$B \text{ e } D: \log_a x = 2 \Rightarrow x = a^2 \Rightarrow \begin{matrix} B = (a^2, 2) \text{ (2 pontos)} \\ D = (a^2, 2a) \text{ (2 pontos)} \end{matrix}$$

Perímetro = 24

$$2 \cdot (a^2 - 1) + 2 \cdot (2a - 2) = 24 \quad (2 \text{ pontos})$$

$$a^2 + 2a - 15 = 0 \quad (2 \text{ pontos})$$

$$a = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15)}}{2} \quad (4 \text{ pontos})$$

Portanto  $a = 3$  ou  $a = -5$  (2 pontos)

Como  $a > 1$  segue que  $a = 3$ . (2 pontos)



# Universidade Federal de Uberlândia

Comissão Permanente de Vestibular

Programa Alternativo de Ingresso ao Ensino Superior

Av. João Naves de Ávila, 2121 – Campus Santa Mônica – E-mail: [copev@ufu.br](mailto:copev@ufu.br)

Fones: (34) 3239-4127 / 3239-4128 Fax: (34) 3239-4400

38408-100 – UBERLÂNDIA – MG

## PROCESSO SELETIVO / UNIFAL/ 2008/2

### GABARITO FINAL COM DISTRIBUIÇÃO DOS PONTOS

#### Questão 4

Fazendo  $y = 0$  nas sentenças que definem o conjunto  $B$  temos:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 9 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow x^2 \leq 9 \Rightarrow -3 \leq x \leq 3 \quad (3 \text{ pontos})$$

$$\begin{cases} y \leq x^2 - x - 2 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow x^2 - x - 2 \geq 0 \Rightarrow (x+1).(x-2) \geq 0 \Rightarrow x \leq -1 \text{ ou } x \geq 2 \quad (3 \text{ pontos})$$

Assim, como  $A$  é a intersecção dos conjuntos soluções das duas inequações acima, teremos que  $A = \{x \in \mathbb{R} : -3 \leq x \leq -1 \text{ ou } 2 \leq x \leq 3\}$ , ou ainda,  $A = [-3, -1] \cup [2, 3]$ . (2 pontos)

Para  $-3 \leq x \leq -1$ , temos  $f(x) = \cos\left(\frac{\pi \cdot x}{3}\right)$ , (2 pontos)

e sendo  $-\pi \leq \frac{\pi \cdot x}{3} \leq -\frac{\pi}{3}$ , então  $-1 \leq f(x) \leq \frac{1}{2}$ . (3 pontos).

Para  $2 \leq x \leq 3$ , temos  $f(x) = 2 - x$  (2 pontos), e portanto  $-1 \leq f(x) \leq 0$ . (3 pontos)

Conclusão: o valor máximo é  $\frac{1}{2} = f(-1)$ . (2 pontos)

## Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



### Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



### Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



### Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

