

Soluções do Nível 3 (Ensino Médio) – 1ª Fase

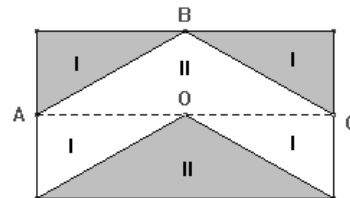
1. (alternativa C)

Como A , B e C são pontos médios, os quatro triângulos rotulados com I na figura ao lado são congruentes, bem como os dois indicados por II. Logo

$$\text{área branca} = 2 \text{ triângulos I} + 1 \text{ triângulo II}$$

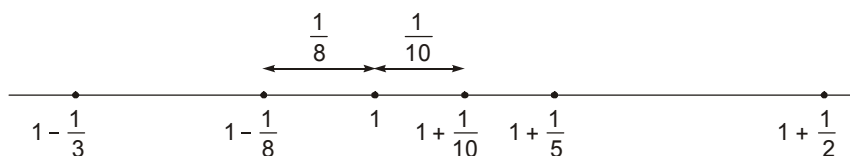
$$\text{área sombreada} = 2 \text{ triângulos I} + 1 \text{ triângulo II}$$

o que mostra que a área sombreada é igual à área em branco. Logo cada uma delas corresponde à metade da área do retângulo.



2. (alternativa E)

Como $\frac{1}{10} < \frac{1}{5} < \frac{1}{2}$ temos $1 + \frac{1}{10} < 1 + \frac{1}{5} < 1 + \frac{1}{2}$, e como $\frac{1}{8} < \frac{1}{3}$ temos $1 - \frac{1}{8} < 1 - \frac{1}{3}$. Logo estes números estão dispostos na reta como indica a figura:



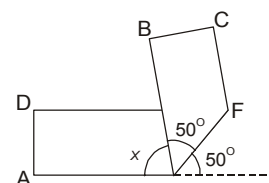
Como $\frac{1}{10} < \frac{1}{8}$ segue que o número mais próximo de 1 é $1 + \frac{1}{10}$.

3. (alternativa D)

Lemos na régua que x é maior que 1,5 e menor que 2, isto é, $1,5 < x < 2$. Como 2 é positivo, podemos multiplicar todos os membros das duas desigualdades por 2 sem alterar os sinais, obtendo $3 < 2x < 4$. Somando -2 a cada membro obtemos $1 < 2x - 2 < 2$, ou seja, $2x - 2$ está entre 1 e 2. Os números entre 1 e 2 assinalados na régua são U e o próprio x . Não é possível $2x - 2 = x$ pois neste caso $x = 2$, o que contradiz o fato $x < 2$. Logo só podemos ter $2x - 2 = U$.

4. (alternativa C)

Observando a figura da fita dobrada vemos que $x + 50^\circ + 50^\circ = 180^\circ$, donde $x = 80^\circ$.



5. (alternativa D)

Solução 1: Sejam a , b e c os comprimentos dos lados do triângulo. Logo $a \times b = 60$, $b \times c = 140$ e $a \times c = 84$. Segue que

- a é divisor comum de 60 e 84, ou seja, as possibilidades para a são 1, 2, 3, 4, 6 e 12
- b é divisor comum de 60 e 140, ou seja, as possibilidades para b são 1, 2, 3, 5, 10, 20
- c é divisor comum de 84 e 140, ou seja, as possibilidades para c são 1, 2, 4, 7, 14, 28

Escolhemos agora as possibilidades que satisfazem $a \times b = 60$, $b \times c = 140$ e $a \times c = 84$:

$a \times b = 60$		$a \times c = 84$		$b \times c = 140$	
a	b	a	c	b	c
3	20	3	28	5	28
6	10	6	14	10	14
12	5	12	7	20	7

A linha sombreada na tabela é a única em que os valores de a , b e c coincidem nas três colunas. Logo $a = 6$, $b = 10$ e $c = 14$ e o perímetro do triângulo é $6 + 10 + 14 = 30$.

Solução 2: Como $ab = 60$ e $ac = 84$ segue que $a^2bc = 60 \times 84 = 5040$. Temos também $bc = 140$, donde $a^2 \times 140 = 5040$. Segue que $a^2 = 36$ e portanto $a = 6$. Logo $b = 10$ e $c = 14$.

Soluções do Nível 3 (Ensino Médio) – 1ª Fase

6. (alternativa A)

As informações do gráfico são dadas nas três primeiras colunas da tabela abaixo:

Cidade	População em 1990	População em 2000	Aumento da população	Aumento proporcional da população
I	30	50	$50 - 30 = 20$	$\frac{20}{30}$
II	60	50	decreceu	não teve
III	70	70	$70 - 70 = 0$	0
IV	100	150	$150 - 100 = 50$	$\frac{50}{100}$
V	120	130	$130 - 120 = 10$	$\frac{10}{120}$

Como $\frac{20}{30}$ é maior que $\frac{50}{100}$ e $\frac{10}{120}$. Concluimos que o maior aumento percentual de população entre 1990 e 2000 ocorreu na cidade I.

Na forma percentual, $\frac{20}{30} \approx 67\%$, $\frac{50}{100} = 50\%$ e $\frac{10}{120} \approx 8,3\%$.

7. (alternativa D)

Se n é um natural maior que 0, então 10^n é um número da forma $1 \underbrace{00 \dots 00}_{n \text{ zeros}}$. Logo

$$1 + 10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{2004} + 10^{2005} + 10^{2006} = \underbrace{111 \dots 111}_{2007 \text{ algarismos}}$$

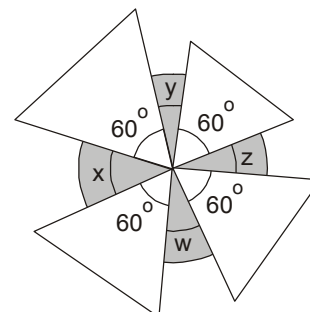
donde a soma dos algarismos desse número é 2007.

8. (alternativa B)

Como os quatro triângulos são equiláteros, cada um de seus ângulos mede 60° . Logo a soma dos ângulos x , y , z e w na figura é

$$x + y + z + w + 360^\circ - 4 \times 60^\circ = 360^\circ - 240^\circ = 120^\circ.$$

Como $360^\circ \div 120^\circ = 3$ a área cinza representa $\frac{1}{3}$ da área do círculo, ou seja, ela mede $36 \div 3 = 12 \text{ cm}^2$.



9. (alternativa D)

	2		
1			
2		x	3
		1	

Na casa marcada com **x** só podemos colocar o 4



	2		
1			
2	y	4	3
		1	

Podemos então colocar o 1 na casa marcada com **y**



	2	z	
1			
2	1	4	3
		1	

Na casa marcada com **z** só pode aparecer o 3



u	2	3	
1		w	
2	1	4	3
v		1	

Podemos agora completar as casas marcadas com **u**, **v** e **w** com 4, 3 e 2 respectivamente

e agora fica fácil completar a tabela

4	2	3	1
1	3	2	4
2	1	4	3
3	4	1	2

Logo a soma pedida é $4 + 3 + 4 + 2 = 13$

Soluções do Nível 3 (Ensino Médio) – 1ª Fase

10. (alternativa E)

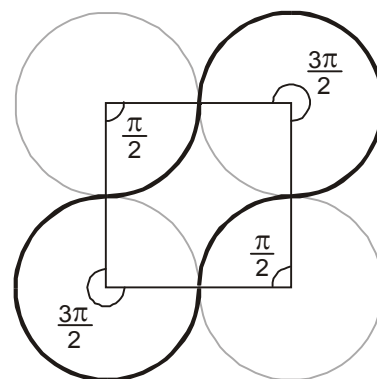
O número de questões de Aritmética que Júlia acertou foi 70% de $30 = \frac{70}{100} \times 30 = 21$. Por outro lado o total de questões que ela acertou foi 80% de $(30 + 50) = \frac{80}{100} \times 80 = 64$. Assim, Júlia acertou $64 - 21 = 43$ das 50 questões de Geometria. Logo o percentual de acertos em Geometria foi de $\frac{43}{50} = \frac{86}{100} = 86\%$.

11. (alternativa C)

Ao montar o cubo, a face branca e a face cinza ficam opostas; logo as alternativas (A) e (B) estão excluídas. As alternativas (D) e (E) estão excluídas pois no cubo não podem aparecer um retângulo branco e outro cinza com um lado menor em comum.

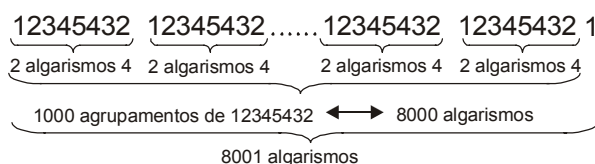
12. (alternativa D)

A linha é composta de dois arcos de $\frac{\pi}{2}$ radianos e dois arcos de $\frac{3\pi}{2}$ radianos. Como o raio das circunferências é 2 cm, segue que o comprimento da linha é $\left(2 \times \frac{\pi}{2} + 2 \times \frac{3\pi}{2}\right) \times 2 = 8\pi$ cm.



13. (alternativa C)

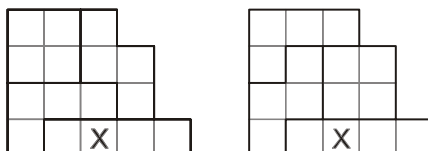
O termo da seqüência com 8001 algarismos é formado por 1000 agrupamentos de 8 algarismos da forma 12345432 seguidos do algarismo 1, como no diagrama abaixo:



Em cada um dos 1000 agrupamentos o algarismo 4 aparece duas vezes, logo ele aparece 2000 vezes no total.

14. (alternativa A)

Por tentativa e erro vemos que há apenas duas maneiras de cobrir a figura com quatro peças, conforme mostrado abaixo. Em ambas, a casa com o X é coberta pela peça I.



15. (alternativa C)

Para que o produto seja 100, cada algarismo deve ser um divisor de 100. Os algarismos divisores de 100 são 1, 2, 4 e 5. Não é possível obter o produto 100 com números que tenham apenas 1 ou 2 algarismos, logo os números procurados têm 3 ou 4 algarismos, por serem menores que 10 000. Vejamos como obter o produto 100 com 3 ou 4 desses algarismos. Para facilitar a listagem observamos que 8 não é divisor de 100, donde os algarismos 2 e 4 não podem aparecer num mesmo número. Logo os

Soluções do Nível 3 (Ensino Médio) – 1ª Fase

números procurados são:

- números de 3 algarismos: 455, 545, 554
- números de 4 algarismos: 1455, 1545, 1554, 4155, 4515, 4551, 5145, 5154, 5415, 5451, 5514, 5541, 2255, 2525, 2552, 5522, 5252, 5225.

em um total de 21 números.

16. (alternativa C)

O número de maneiras de retirarmos duas bolas da caixa é 10, o que podemos ver listando as possibilidades: {1,2}, {1,3}, {1,4}, {1,5}, {2,3}, {2,4}, {2,5}, {3,4}, {3,5} e {4,5}. O 4 é o maior número escolhido em {1,4}, {2,4} e {3,4}, ou seja, em 3 casos. Logo a probabilidade pedida é $\frac{3}{10}$.

17. (alternativa B)

A formiguinha (i) primeiro se afasta do centro, depois (ii) fica algum tempo à distância constante do centro, enquanto anda sobre a circunferência e finalmente (iii) retorna ao centro. A observação (ii) elimina as alternativas (C), (D) e (E) e a observação (iii) elimina a alternativa (A).

18. (alternativa D)

O que o avô de Júlia disse pode ser escrito como

$$\underbrace{\text{idade em 1980}}_x = 1980 - \underbrace{\text{ano de nascimento}}_{x^2}$$

ou seja, $x = 1980 - x^2$. Logo $x^2 + x - 1980 = 0$; esta equação tem as raízes

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4 \times 1980}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{7921}}{2} = \frac{-1 \pm 89}{2}$$

Segue que, em 1980 o avô de Júlia tinha 44 anos e assim, em 2006, ele completa $44 + (2006 - 1980) = 44 + 26 = 70$ anos.

Comentário: Um modo rápido de calcular $\sqrt{7921}$ é notar que $90^2 = 8100$. Daí segue que $\sqrt{7921}$ é um número próximo de e menor que 90 terminado em 1 ou 9. Os candidatos naturais são 81 e 89, e verifica-se imediatamente que $89^2 = 7921$.

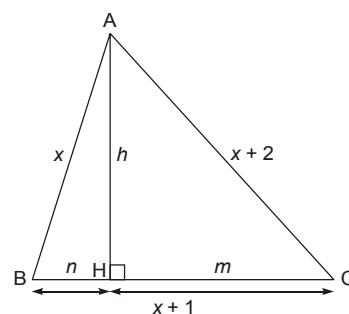
19. (alternativa D)

Colocando $AB = x$ temos $BC = x + 1$ e $AC = x + 2$. Seja $AH = h$ a altura relativa a BC . Aplicando o Teorema de Pitágoras aos triângulos ABH e AHC obtemos $n^2 + h^2 = x^2$ e $(x + 2)^2 = m^2 + h^2$. Segue que $h^2 = x^2 - n^2$ e $h^2 = (x + 2)^2 - m^2$, donde $(x + 2)^2 - m^2 = x^2 - n^2$, ou seja, $(x + 2)^2 - x^2 = m^2 - n^2$.

Usando a identidade $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ obtemos então

$$(x + 2 - x)(x + 2 + x) = (m - n)(m + n)$$

Como $m + n = x + 1$ segue que $2(2x + 2) = (m - n)(m + n)$, segue que, donde $4(x + 1) = (m - n)(x + 1)$. Como $x + 1 \neq 0$ podemos dividir ambos os membros desta última expressão por $x + 1$ e obtemos finalmente $m - n = 4$.



20. (alternativa E)

A multiplicação pode ser esquematizada como

$$\begin{array}{r} a \ b \ c \ d \ e \\ \times 4 \\ \hline e \ d \ c \ b \ a \end{array}$$

Soluções do Nível 3 (Ensino Médio) – 1ª Fase

A solução é baseada nas seguintes observações:

a só pode ser 1 ou 2 porque se $a \geq 3$ então $4a$ é um número de 2 algarismos e portanto o número $edcba$ teria 6 algarismos. Mas a não pode ser 1 pois $edcba$, sendo múltiplo de 4, é par, donde seu último algarismo é par. Logo $a = 2$.

$$\rightarrow \begin{array}{r} 2 \quad b \quad c \quad d \quad e \\ \times \quad \quad \quad \quad 4 \\ \hline e \quad d \quad c \quad b \quad 2 \end{array}$$

e só pode ser 8 ou 9 porque $2 \times 4 = 8$ e $edcba$ tem apenas 5 algarismos. No entanto, e não pode ser 9 porque 9×4 termina em 6 e não em 2. Logo $e = 8$.

$$\rightarrow \begin{array}{r} 2 \quad b \quad c \quad d \quad 8 \\ \times \quad \quad \quad \quad 4 \\ \hline 8 \quad d \quad c \quad b \quad 2 \end{array}$$

b só pode ser 1 ou 2 porque $4 \times b$ tem que ser um número de apenas 1 algarismo. Como $a = 2$ e os cinco algarismos de $abcde$ são distintos, só podemos ter $b = 1$.

$$\rightarrow \begin{array}{r} 2 \quad 1 \quad c \quad d \quad 8 \\ \times \quad \quad \quad \quad 4 \\ \hline 8 \quad d \quad c \quad 1 \quad 2 \end{array}$$

d só pode ser 2 ou 7 porque $4 \times d + 3$ é um número terminado em 1. Como $a = 2$ e os cinco algarismos de $abcde$ são distintos só podemos ter $d = 7$.

$$\rightarrow \begin{array}{r} 2 \quad 1 \quad c \quad 7 \quad 8 \\ \times \quad \quad \quad \quad 4 \\ \hline 8 \quad 7 \quad c \quad 1 \quad 2 \end{array}$$

c só pode ser 9 porque $4c + 3$ é um número terminado em c .

$$\rightarrow \begin{array}{r} 2 \quad 1 \quad 9 \quad 7 \quad 8 \\ \times \quad \quad \quad \quad 4 \\ \hline 8 \quad 7 \quad 9 \quad 1 \quad 2 \end{array}$$

Logo, a resposta é $8 + 7 + 9 + 1 + 2 = 27$

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

