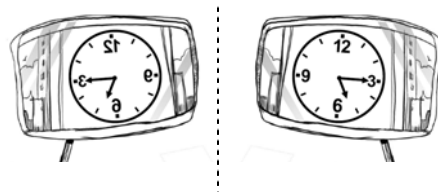


### QUESTÃO 1

#### ALTERNATIVA A

Na imagem que aparece no espelho do Benjamim, o ponteiro dos minutos aponta para o algarismo 3, enquanto que o ponteiro das horas está entre o algarismo 6 e o traço correspondente ao algarismo 5, mais próximo deste último. Deste modo, o relógio marcava 5h 15min.

Outra maneira de enxergar o resultado é imaginar que a imagem que aparece no espelho do Benjamim voltará ao normal se for novamente refletida em um espelho. Fazemos isto na figura ao lado e vemos imediatamente que a hora marcada era 5h 15min.



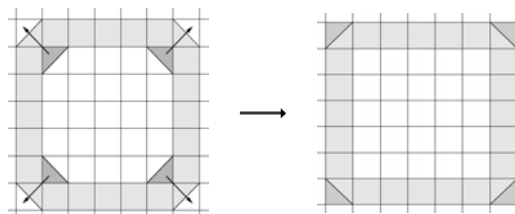
### QUESTÃO 2

#### ALTERNATIVA D

A figura pode ser decomposta em 20 quadradinhos e 8 triângulos, de acordo com o quadriculado. Juntando dois desses pequenos triângulos formamos um quadradinho. Temos assim um total de

$$20 + \frac{8}{2} = 20 + 4 = 24 \text{ quadradinhos.}$$

Outra maneira de resolver a questão é mover os quatro triângulos destacados como indicado na figura. A área sombreada permanece a mesma e podemos contar diretamente 24 quadradinhos sombreados, à direita. Alternativamente, temos dois quadrados, um de lado 7 cm e outro de lado 5 cm, e a área da região sombreada é a diferença entre as áreas desses quadrados, ou seja,  $7^2 - 5^2 = 49 - 25 = 24 \text{ cm}^2$ .



### QUESTÃO 3

#### ALTERNATIVA E

24 é o maior número que aparece na figura. Indicamos abaixo a sequência de operações e seu resultado.

$$24 \xrightarrow{\div 12} 2 \xrightarrow{\times 6} 12 \xrightarrow{\div 2} 6 \xrightarrow{\times 24} 144.$$

### QUESTÃO 4

#### ALTERNATIVA D

Temos  $\frac{19}{3} = 6 + \frac{1}{3}$ , que é maior que 6, e  $\frac{55}{7} = 7 + \frac{6}{7}$ , que é menor que 8. O único número inteiro maior que 6 e menor que 8 é o número 7.

Podemos também resolver o problema escrevendo as frações em forma decimal:  $\frac{19}{3} = 6,6\dots$  e

$\frac{55}{7} = 7,8\dots$ . O único número inteiro que fica entre 6,6... e 7,8... é o 7, como antes.

### QUESTÃO 5

#### ALTERNATIVA E

Como mostra a figura ao lado, uma folha de papel do segundo pacote equivale a 6 folhas do primeiro pacote. Como a quantidade de folhas em cada pacote é a mesma, o peso do pacote maior é 6 vezes o peso do pacote menor, ou seja, o pacote maior pesa  $6 \times 2 = 12$  quilos.



### QUESTÃO 6

#### ALTERNATIVA C

Como o pé do Maurício tem 26 cm, ele calculou o número de seu sapato como segue:

$$26 \xrightarrow{\times 5} 130 \xrightarrow{+28} 158 \xrightarrow{\div 4} 39,5 \xrightarrow{\text{arredondando para cima}} 40$$

### QUESTÃO 7 ALTERNATIVA D

Como Carlos disse “E se, em vez disso, eu jogar um de seus peixes no rio, ficaremos com o mesmo número”, vemos que Pedro pescou um peixe a mais que Carlos. O total de peixes é então a soma de dois inteiros consecutivos; uma tal soma é sempre ímpar, e a alternativa C) está excluída. Expressamos agora cada uma das outras alternativas como soma de dois inteiros consecutivos, o menor sendo uma possibilidade para o número de peixes do Carlos e a maior para o número de peixes do Pedro: A)  $5 = 2 + 3$ , B)  $7 = 3 + 4$ , D)  $9 = 4 + 5$  e E)  $11 = 5 + 6$ . Como Pedro disse “Se você me der um de seus peixes, eu ficarei com o dobro do número de peixes com que você vai ficar”, devemos verificar em qual destas expressões a maior parcela mais 1 é o dobro da menor parcela menos 1. Isto só acontece na alternativa D), pois  $5 + 1 = 6 = 2 \times (4 - 1)$ .

Uma solução diferente é a seguinte. Já vimos que Pedro pescou 1 peixe a mais que Carlos. Se Carlos desse um de seus peixes para Pedro, então Pedro ficaria ao mesmo tempo com o dobro do número de peixes de Carlos e com 3 peixes a mais que Carlos; ou seja, Pedro ficaria com 6 peixes e Carlos com 3. Segue que Pedro pescou 5 peixes e Carlos outros 4.

Pode-se também resolver esta questão utilizando elementos de pré-álgebra. Se  $n$  é a quantidade de peixes do Carlos, então Pedro tem  $n + 1$  peixes. Se Carlos desse um peixe a Pedro, ele ficaria com  $n - 1$  peixes e Carlos ficaria com  $n + 2$ . Temos assim  $n + 2 = 2(n - 1) = 2n - 2$ , e segue que  $n = 4$ .

### QUESTÃO 8 ALTERNATIVA C

O número total de bolinhas de uma peça é ímpar quando um dos quadrados tiver um número ímpar de bolinhas e o outro tiver um número par de bolinhas. São 3 possibilidades para números ímpares (1, 3 e 5) e 4 possibilidades (0, 2, 4 e 6) para números pares. Logo o número de peças que apresentam um número ímpar de bolinhas é  $3 \times 4 = 12$ .

Podemos também fazer uma listagem ordenada de todas as peças, marcando aquelas que têm um número ímpar de bolinhas:

|            |            |            |            |            |            |     |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|-----|
| 0-0        |            |            |            |            |            |     |
| <b>0-1</b> | 1-1        |            |            |            |            |     |
| 0-2        | <b>1-2</b> | 2-2        |            |            |            |     |
| <b>0-3</b> | 1-3        | <b>2-3</b> | 3-3        |            |            |     |
| 0-4        | <b>1-4</b> | 2-4        | <b>3-4</b> | 4-4        |            |     |
| <b>0-5</b> | 1-5        | <b>2-5</b> | 3-5        | <b>4-5</b> | 5-5        |     |
| 0-6        | <b>1-6</b> | 2-6        | <b>3-6</b> | 4-6        | <b>5-6</b> | 6-6 |

### QUESTÃO 9 ALTERNATIVA B

A quantidade de água que Daniela gastava por semana (isto é, em 7 dias) em cada atividade era:

- lavar roupa:  $7 \times 150 = 1050$  litros;
- banho de 15 minutos:  $7 \times 90 = 630$  litros;
- lavar o carro com mangueira:  $1 \times 100 = 100$  litros.

Assim, ela gastava  $1050 + 630 + 100 = 1780$  litros por semana. Com a economia, Daniela passou a gastar semanalmente em cada atividade:

- lavar roupa no tanque:  $3 \times 150 = 450$  litros;
- banho de 5 minutos:  $7 \times \frac{90}{3} = 7 \times 30 = 210$  litros;
- lavar o carro com balde:  $1 \times 10 = 10$  litros,

ou seja, um total de  $450 + 210 + 10 = 670$  litros. Portanto, ela passou a economizar por semana  $1780 - 670 = 1110$  litros de água.

Podemos também pensar diretamente na economia semanal da Daniela:

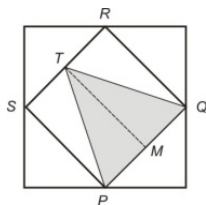
- 4 lavagens de roupa:  $4 \times 150 = 600$  litros;
- $\frac{2}{3}$  banho por dia:  $7 \times \frac{2}{3} \times 90 = 420$  litros;
- substituir a mangueira pelo balde:  $100 - 10 = 90$ ,

o que nos dá o total de  $600 + 420 + 90 = 1110$  litros.

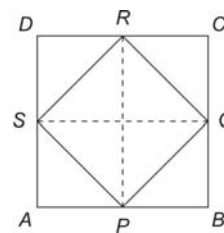
### QUESTÃO 10 ALTERNATIVA A

Traçando os segmentos  $QS$  e  $PR$ , vemos que o quadrado  $ABCD$  é composto de 8 triângulos retângulos iguais e que o quadrado  $PQRS$  é formado por 4 desses triângulos. Portanto, a área do quadrado  $PQRS$  é metade da área do quadrado  $ABCD$ , ou seja,

$$\frac{40}{2} = 20 \text{ cm}^2.$$

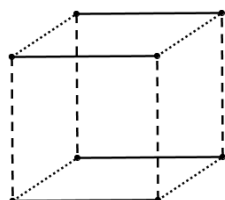
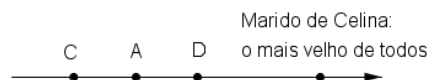


Traçando agora o segmento  $TM$ , onde  $M$  é o ponto médio de  $PQ$ , vemos que o quadrado  $PQRS$  é composto de 4 triângulos retângulos iguais e o triângulo  $PQT$  é formado por 2 desses triângulos. Logo, a área do triângulo  $PQT$  é metade da área do quadrado  $PQRS$ , ou seja,  $\frac{20}{2} = 10 \text{ cm}^2$ .



### QUESTÃO 11 ALTERNATIVA C

Na figura ao lado, A representa a idade de Arnaldo, C a de Celina e D a de Dalila; a flecha indica o sentido de idade crescente. A ordem das letras C, A e D indica que Arnaldo é mais velho que Celina e mais novo que Dalila. Logo o esposo de Celina é Beto, que é também o mais velho de todos.



### QUESTÃO 12 ALTERNATIVA B

Cada vértice é a extremidade de três arestas e, portanto, são necessárias pelo menos três cores diferentes. Por outro lado, três cores diferentes bastam; podemos ver isto na figura, onde três cores diferentes estão indicadas em traços cheio, tracejado e pontilhado.

### QUESTÃO 13 ALTERNATIVA E

Vamos fazer uma tabela para organizar os dados do problema.

|               | Ana | Beto | Carlos | Dora | Emília | deve no total |
|---------------|-----|------|--------|------|--------|---------------|
| Ana           |     | 1    |        | 3    |        | 4             |
| Beto          |     |      |        |      | 3      | 3             |
| Carlos        | 1   | 2    |        |      | 2      | 5             |
| Dora          |     | 2    | 1      |      |        | 3             |
| Emília        |     |      |        | 1    |        | 1             |
| tem a receber | 1   | 5    | 1      | 4    | 5      |               |

Em cada linha lemos as dívidas; por exemplo, a primeira linha mostra que Ana deve 1 real para Beto e 3 reais para Dora, sendo sua dívida total de 4 reais. Analogamente, nas colunas lemos o que cada um tem a receber; por exemplo, a segunda coluna mostra que Beto tem a receber 1 real de Ana, 2 reais de Carlos e 2 reais de Dora, num total de 5 reais. Ana recebeu 10 reais de seus pais, vai pagar 4 e receber 1, ficando com  $10 - 4 + 1 = 7$  reais. Para os outros, a situação será

- Beto:  $10 - 3 + 5 = 12$ ;
- Carlos:  $10 - 5 + 1 = 6$ ;
- Dora:  $10 - 3 + 4 = 11$ ;
- Emília:  $10 - 1 + 5 = 14$ .

Vemos assim que, ao final, Emília ficará com mais que os outros.

### QUESTÃO 14 ALTERNATIVA D

Vamos chamar os algarismos borrados de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$ , como ilustrado ao lado. Como o algarismo das unidades do resultado é 3, temos quatro possibilidades para  $b$  e  $c$ , nesta ordem: 1 e 3, 3 e 1, 7 e 9 ou 9 e 7.

$$\begin{array}{r} 1 \quad a \quad b \\ \times \quad c \\ \hline 9 \quad d \quad 3 \end{array}$$

Como o multiplicando é menor que 200, podemos eliminar as duas primeiras possibilidades, pois um número menor que 200 multiplicado por 1 ou por 3 não passa de 600. Na terceira possibilidade, o multiplicando seria no mínimo 117 e então o produto seria no mínimo  $117 \times 9 = 1053$ , o que não acontece.

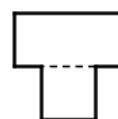
Resta a última possibilidade, que está ilustrada à esquerda. Como  $117 \times 7 = 819$ , tentamos  $139 \times 7 = 973$ , que está de acordo com o enunciado. As outras tentativas para o multiplicando, a saber, 157, 177 e 197, não servem, pois ao multiplicá-las por 7 o resultado é sempre maior que 1000. Logo os algarismos manchados são 3, 9, 7 e 7, e sua soma é  $3 + 9 + 7 + 7 = 26$ .

$$\begin{array}{r} 1 \quad a \quad 9 \\ \times \quad 7 \\ \hline 9 \quad d \quad 3 \end{array}$$

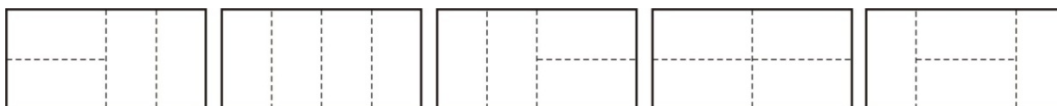
$$\begin{array}{r} 1 \quad 3 \quad 9 \\ \times \quad 7 \\ \hline 9 \quad 7 \quad 3 \end{array}$$

### QUESTÃO 15 ALTERNATIVA C

O **T** é formado por um retângulo  $4 \times 2$  na parte de cima e um quadrado  $2 \times 2$  na parte de baixo, como mostrado ao lado. Vamos primeiro contar de quantas maneiras é possível dividir o **T** com retângulos  $2 \times 1$ , dividindo primeiro o retângulo e depois o quadrado.



O retângulo pode ser dividido de 5 maneiras diferentes, mostradas a seguir.



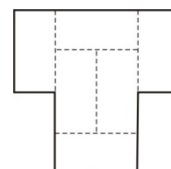
O quadrado pode ser dividido de 2 maneiras diferentes, mostradas a seguir.



Pelo princípio fundamental da contagem, segue que o **T** pode ser dividido de  $5 \times 2 = 10$  maneiras diferentes, quando preenchemos primeiro o retângulo e depois o quadrado.

Há ainda outra maneira de dividir o **T**, ilustrada na figura ao lado. Esta não aparece na contagem acima, pois não pode ser obtida como uma divisão do retângulo seguida de uma divisão do quadrado.

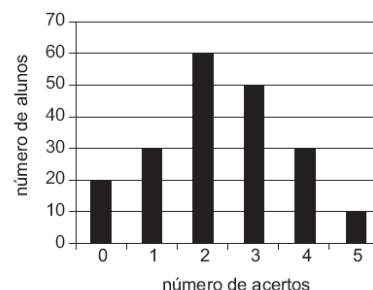
Logo, o número total de maneiras em que se pode dividir o **T** é  $10 + 1 = 11$ .



### QUESTÃO 16 ALTERNATIVA D

O gráfico mostra que  $20 + 30 + 60 + 50 + 30 + 10 = 200$  alunos fizeram a prova. Vamos às alternativas.

- A) É falsa, pois 10% de 200 é 20 e o número de alunos que não resolveram nenhuma questão é 10, que corresponde a 5% do total de alunos.
- B) É falsa, pois a quantidade de alunos que acertaram mais de 2 questões é  $50 + 30 + 10 = 90$ , menos do que a metade de alunos que fizeram a prova.
- C) É falsa, pois o gráfico mostra que exatamente 200 alunos fizeram a prova.
- D) É verdadeira, pois o número de alunos que acertaram 4 ou 5 questões é  $30 + 10 = 40$ .
- E) É falsa, pois 20% de 200 é 40 e o número de alunos que não resolveram nenhuma questão é 20, que corresponde a 10% do total de alunos.

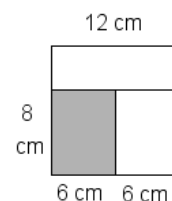


**QUESTÃO 17**  
**ALTERNATIVA A**

O quadrado tem lado 12 cm, logo sua área é igual a  $12^2 = 144 \text{ cm}^2$ . Portanto, cada um dos três retângulos tem área igual a  $\frac{144}{3} = 48 \text{ cm}^2$ . Os dois retângulos inferiores são iguais, pois

têm a mesma área e a mesma altura. Logo, têm a mesma largura, igual a  $\frac{12}{2} = 6 \text{ cm}$  e, dessa

forma, sua altura é  $\frac{48}{6} = 8 \text{ cm}$ . Assim, o perímetro do retângulo sombreado é  $6 + 8 + 6 + 8 = 28 \text{ cm}$ .



**QUESTÃO 18**  
**ALTERNATIVA B**

Um número com uma determinada quantidade de algarismos, sendo o primeiro à esquerda diferente de zero, é sempre maior que qualquer número que tenha um algarismo a menos. Por exemplo, 1000 (com 4 algarismos) é maior do que 999 (que tem apenas 3 algarismos). Assim, com exatamente 13 palitos, devemos formar um número que tenha a maior quantidade possível de algarismos, sendo o primeiro à esquerda diferente de 0. Como o 1 é formado pelo menor número de palitos entre todos os algarismos, vemos que para obter o maior número possível com 13 palitos devemos usar tantos algarismos 1 quanto possível.

Não é possível usar 6 algarismos 1, pois neste caso já teríamos usado 12 palitos e não há algarismo que possa ser formado com apenas 1 palito. Pelo mesmo motivo, não é possível usar 5 algarismos 1; não há algarismo formado por 3 palitos. Mas é possível usar 4 algarismos 1; neste caso, usamos 8 palitos e podemos completar o número com um entre os algarismos 2 ou 5, que são formados por 5 palitos. Neste caso, devemos escolher o 5, que nos permite formar o número 51111 com 13 palitos. A soma dos algarismos deste número é  $5 + 1 + 1 + 1 + 1 = 9$ .



**QUESTÃO 19**  
**ALTERNATIVA C**

Codificando as vogais, temos  $A = 50$ ,  $E = 54$ ,  $I = 63$ ,  $O = 73$  e  $U = 84$ . O número 01145578 não contém o algarismo 3, o que mostra que entre as vogais que Camila codificou não aparecem o I e o O. Temos então três casos para analisar, de acordo com as possíveis vogais codificadas por Camila.

- **A e E:** retirando os algarismos usados para codificar estas vogais de 01145578, sobram os algarismos 1, 1, 7 e 8, que correspondem a  $M = 71$  e  $R = 81$ .
- **A e U:** aqui sobram os algarismos 1, 1, 5 e 7, que correspondem a  $B = 51$  e  $M = 71$ .
- **E e U:** este caso não é possível, pois há apenas um algarismo 4 em 01145578.

|   | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| 5 | A | B | C | D | E |
| 6 | F | G | H | I | J |
| 7 | L | M | N | O | P |
| 8 | Q | R | S | T | U |
| 9 | V | X | Z |   |   |

Nos dois casos possíveis aparecem as letras A e M, ou seja, podemos garantir Camila codificou a letra M.

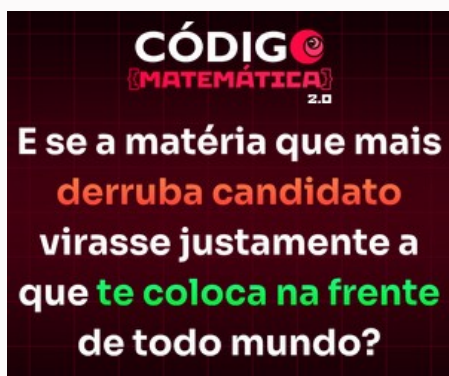
**QUESTÃO 20**  
**ALTERNATIVA E**

Vamos imaginar que o torneio acabou. Para os 56 times que foram eliminados após perder 2 partidas cada um, contamos  $56 \times 2 = 112$  derrotas. Como o campeão perdeu uma vez, o número total de derrotas foi  $112 + 1 = 113$ . Além disso, como não houve empates, em cada partida um time ganhou e o outro perdeu; logo, o número total de derrotas é igual ao número total de partidas.

## Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



### Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



### Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



### Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

