

MATEMÁTICA

2ª Etapa

SÓ ABRA QUANDO AUTORIZADO.

Leia atentamente as instruções que se seguem.

- 1 - Este Caderno de Prova contém **seis** questões, constituídas de itens, abrangendo um total de **onze** páginas, numeradas de 3 a 13.
Antes de começar a resolver as questões, verifique se seu Caderno está **completo**.
Caso haja algum problema, solicite a **substituição** deste Caderno.
- 2 - Esta prova vale **100** pontos, assim distribuídos:
 - Questões 01, 02, 03 e 06: **15** pontos cada uma.
 - Questões 04 e 05: **20** pontos cada uma.
- 3 - **NÃO escreva seu nome nem assine nas folhas deste Caderno de Prova.**
- 4 - Leia cuidadosamente cada questão proposta e escreva a solução, **A LÁPIS**, nos espaços correspondentes.
Só será corrigido o que estiver dentro desses espaços.
NÃO há, porém, obrigatoriedade de preenchimento **total** desses espaços.
- 5 - **NÃO serão consideradas respostas sem exposição de raciocínio.**
- 6 - Não escreva nos espaços reservados à correção.
- 7 - **Ao terminar a prova**, chame a atenção do Aplicador, **levantando o braço**. Ele, então, irá até você para **recolher** seu **CADERNO DE PROVA**.

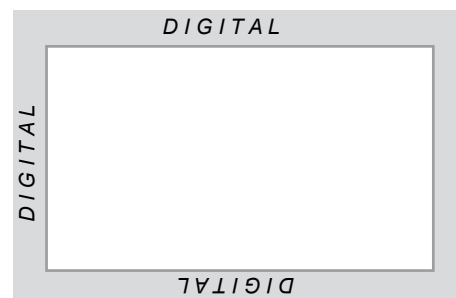
ATENÇÃO: Os Aplicadores **NÃO** estão autorizados a dar quaisquer explicações **sobre questões** de provas. **NÃO INSISTA**, pois, em pedir-lhes ajuda.

FAÇA LETRA LEGÍVEL.

Duração desta prova: TRÊS HORAS.

ATENÇÃO: Terminada a prova, recolha seus objetos, deixe a sala e, em seguida, o prédio. A partir do momento em que sair da sala e até estar fora do prédio, continuam válidas as proibições ao uso de aparelhos eletrônicos e celulares, bem como não lhe é mais permitido o uso dos sanitários.

Impressão digital do
polegar direito



COLE AQUI A ETIQUETA

QUESTÃO 01

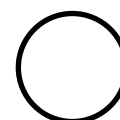
Considere a região R do plano cartesiano dada por

$$R = \left\{ (x, y) \mid 0 \leq \frac{1}{\sqrt{3}}x \leq y \leq \sqrt{5 - x^2} \right\}.$$

Considerando essas informações,

1. **DETERMINE** as coordenadas do ponto $P \in R$ que possui a **maior** abscissa.

2. **CALCULE** a área da região R .



QUESTÃO 02

Inicialmente, isto é, quando $t = 0$, um corpo, à temperatura de T_0 °C, é deixado para esfriar num ambiente cuja temperatura é mantida constante e igual a T_a °C.

Considere $T_0 > T_a$.

Suponha que, após t horas, a temperatura T do corpo satisfaz a esta Lei de Resfriamento de Newton:

$$T = T_a + c5^{-kt},$$

em que c e k são constantes positivas.

Suponha, ainda, que:

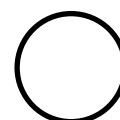
- a temperatura inicial é $T_0 = 150$ °C ;
- a temperatura ambiente é $T_a = 25$ °C ; e
- a temperatura do corpo após 1 hora é $T_1 = 30$ °C .

Considerando essas informações,

1. **CALCULE** os valores das constantes c e k .

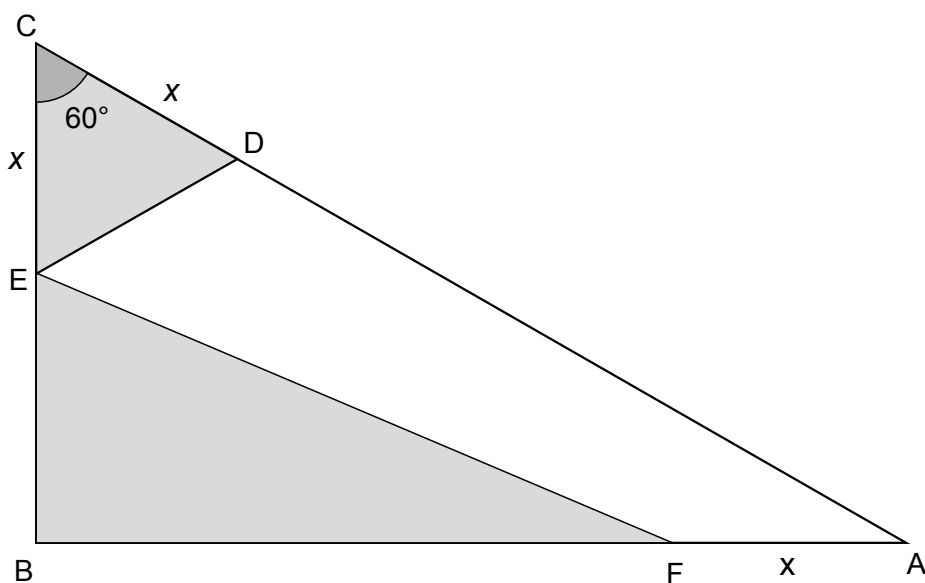
2. **DETERMINE** o instante em que a temperatura do corpo atinge 26°C .

3. Utilizando a aproximação $\log_{10} 2 \approx 0,3$, **DETERMINE** o instante em que a temperatura do corpo atinge 75°C .



QUESTÃO 03

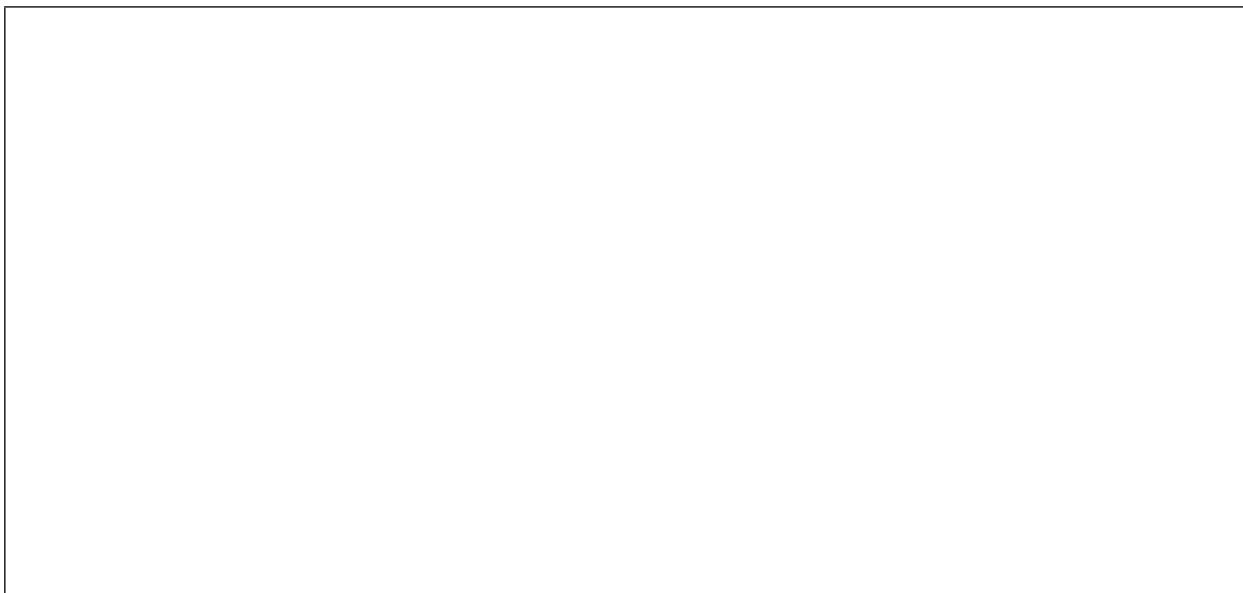
Nesta figura, o triângulo ABC é retângulo em B, $\hat{C} = 60^\circ$, $\overline{CE} = \overline{CD} = \overline{FA} = x$ e $\overline{BC} = 1$:



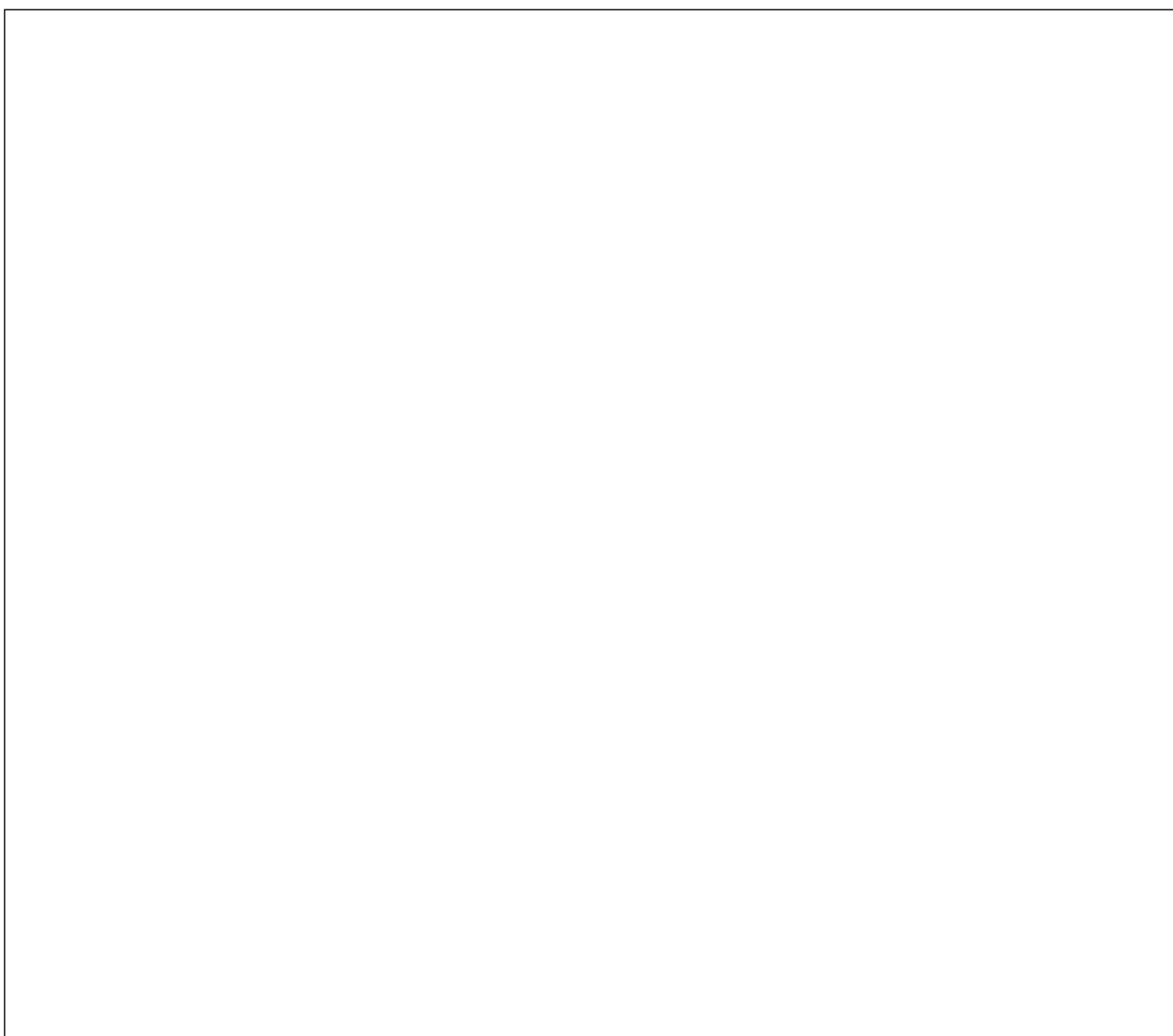
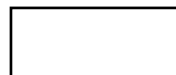
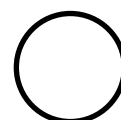
Considerando essas informações,

1. **EXPRESSE** a área do triângulo CED em função de x .

2. **EXPRESSE** a área do triângulo EBF em função de x .




3. **CALCULE** o valor de x tal que a soma das áreas dos triângulos CED e EBF seja igual à área do quadrilátero EFAD.

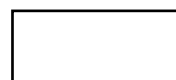
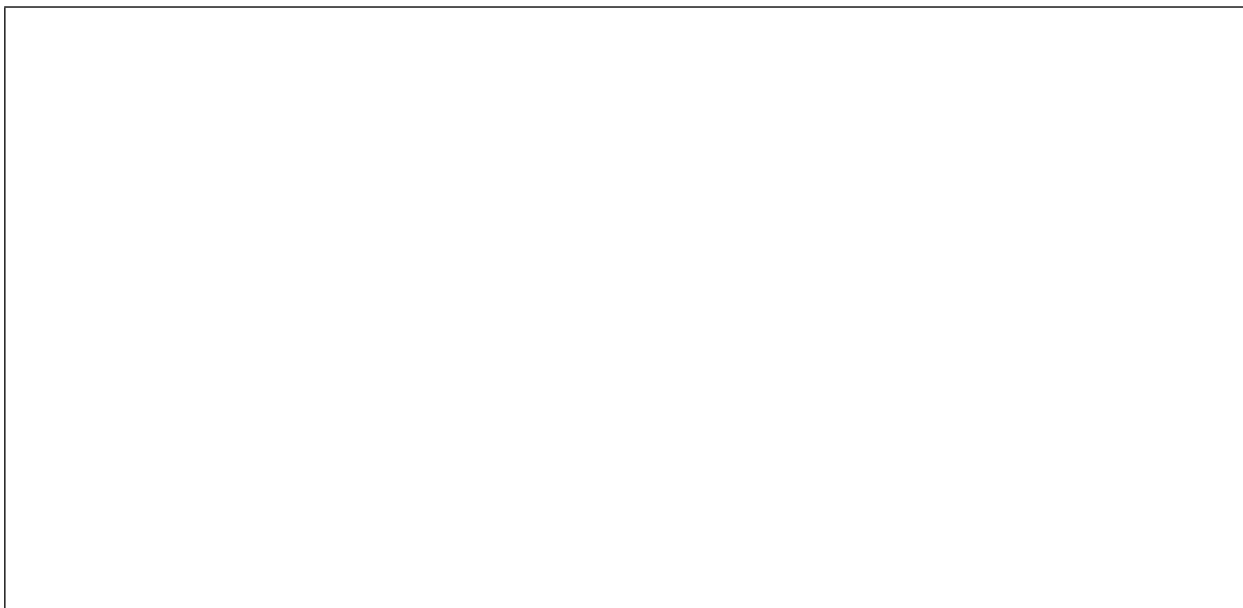
QUESTÃO 04

No plano cartesiano, o ponto $A = (1, 11)$ é vértice do quadrado $ABCD$, cuja diagonal BD está sobre a reta de equação $y = \frac{1}{2}x + 3$.

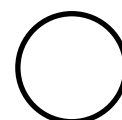
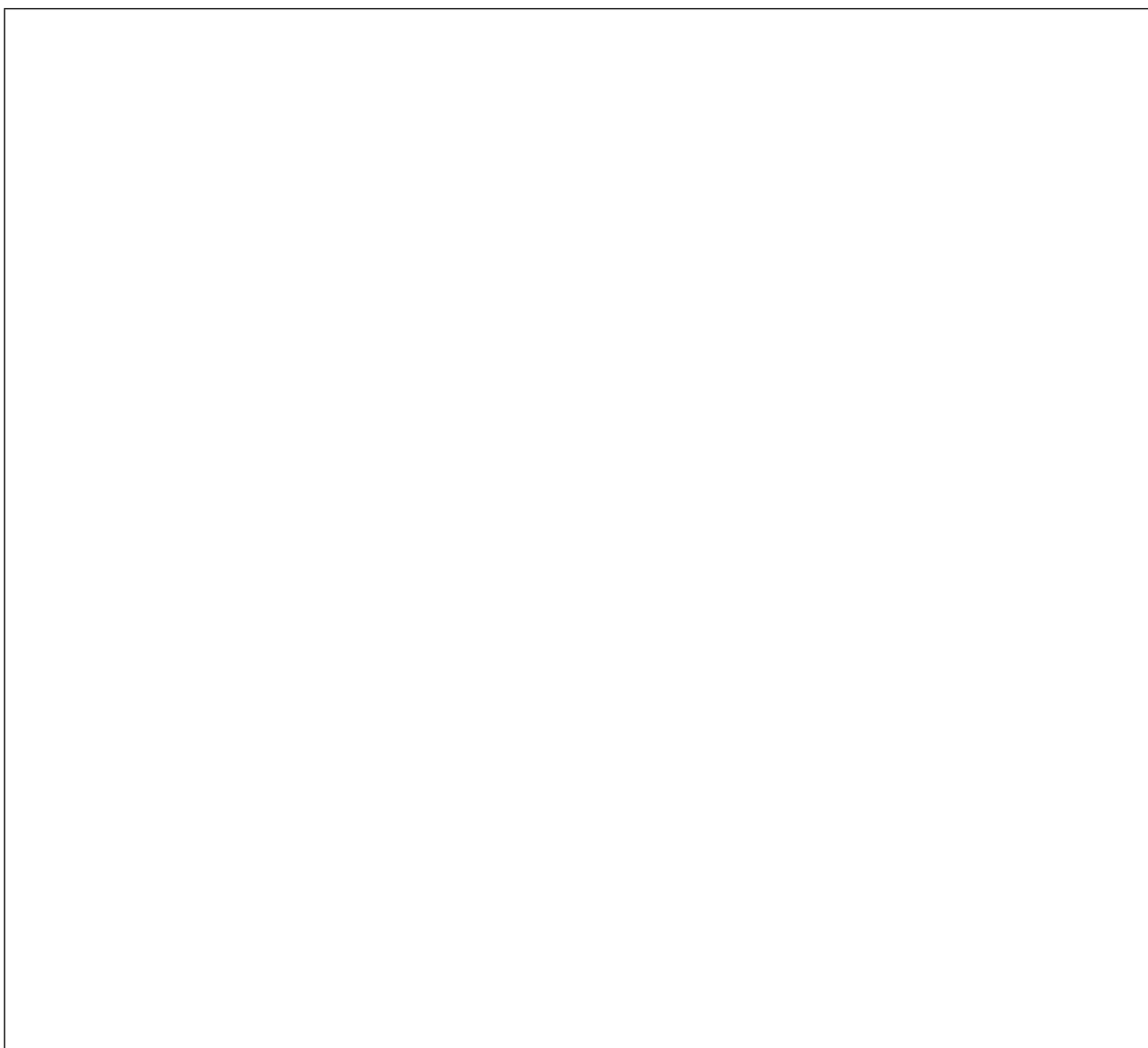
Considerando essas informações,

1. **DETERMINE** as coordenadas do centro M do quadrado $ABCD$.

2. **DETERMINE** as coordenadas do vértice C .



3. **DETERMINE** as coordenadas dos vértices B e D .



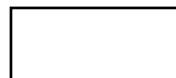
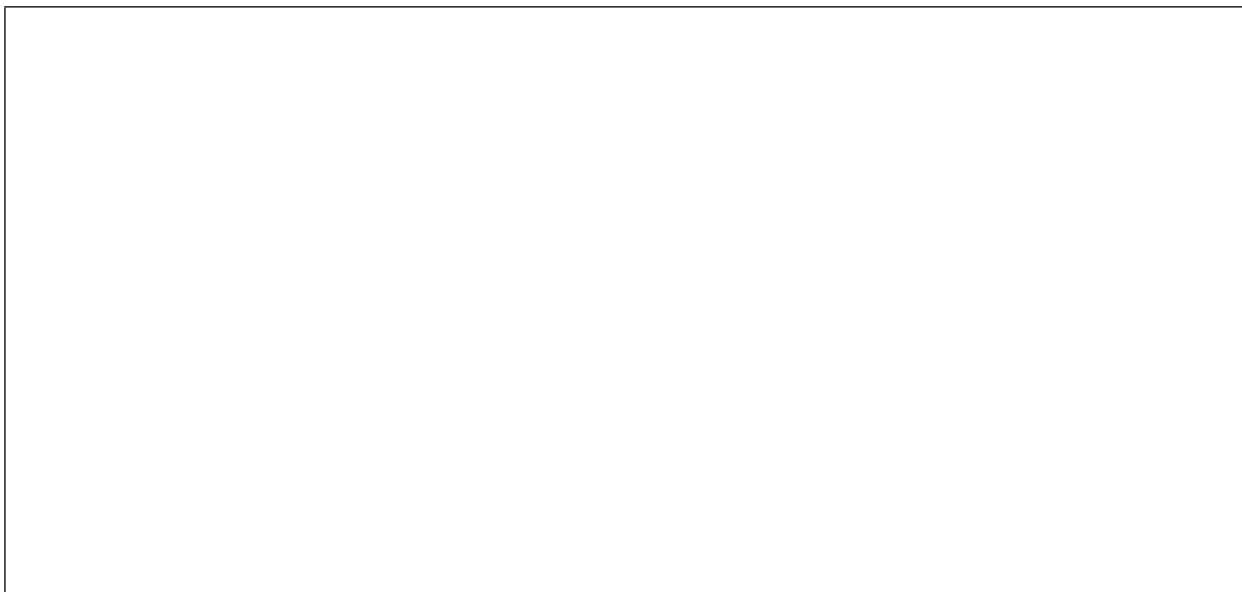
QUESTÃO 05

Um bloco de madeira retangular e sólido mede 30 *cm* de largura, 20 *cm* de comprimento e 10 *cm* de altura e o seu exterior foi colorido de azul.

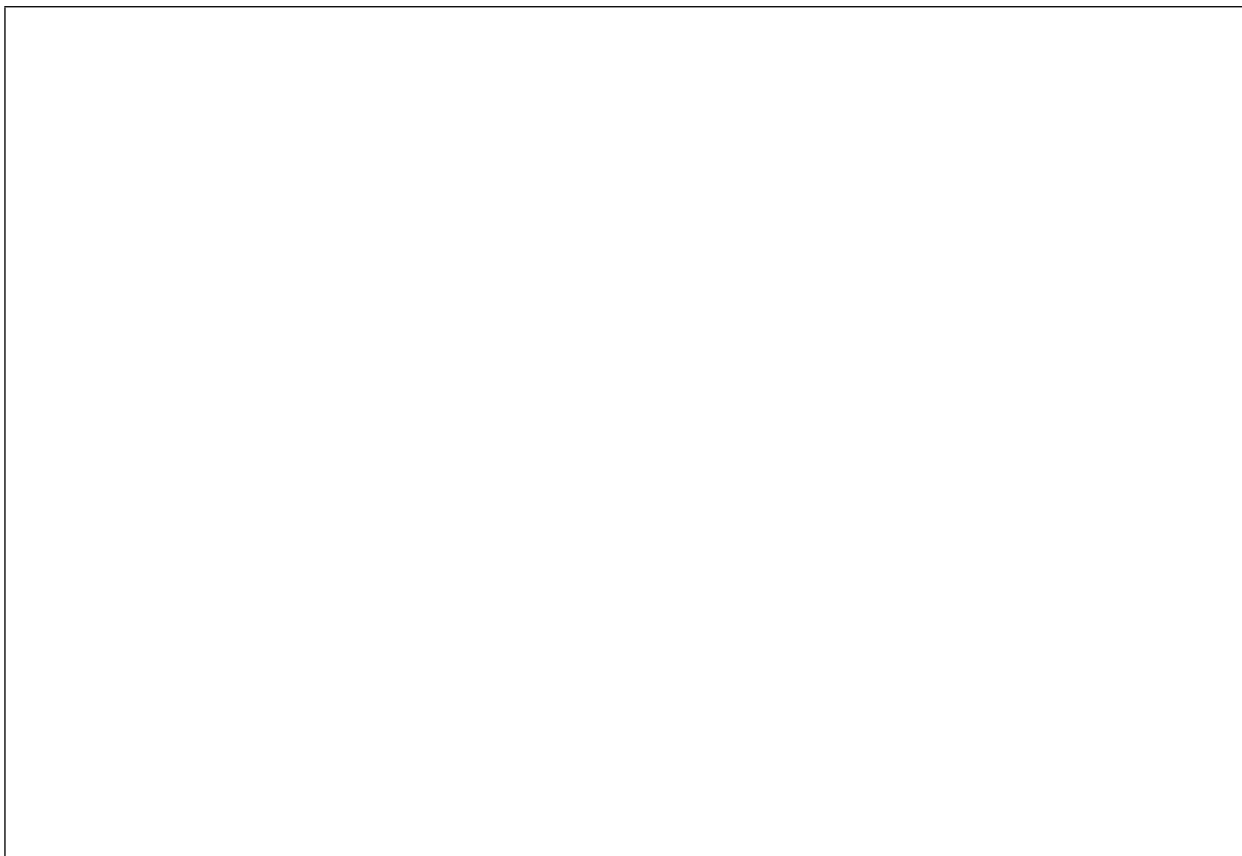
Por meio de cortes paralelos a cada uma de suas faces, esse bloco é inteiramente dividido em cubos de 1 *cm* de aresta, que são colocados dentro de uma urna.

Considerando essas informações,

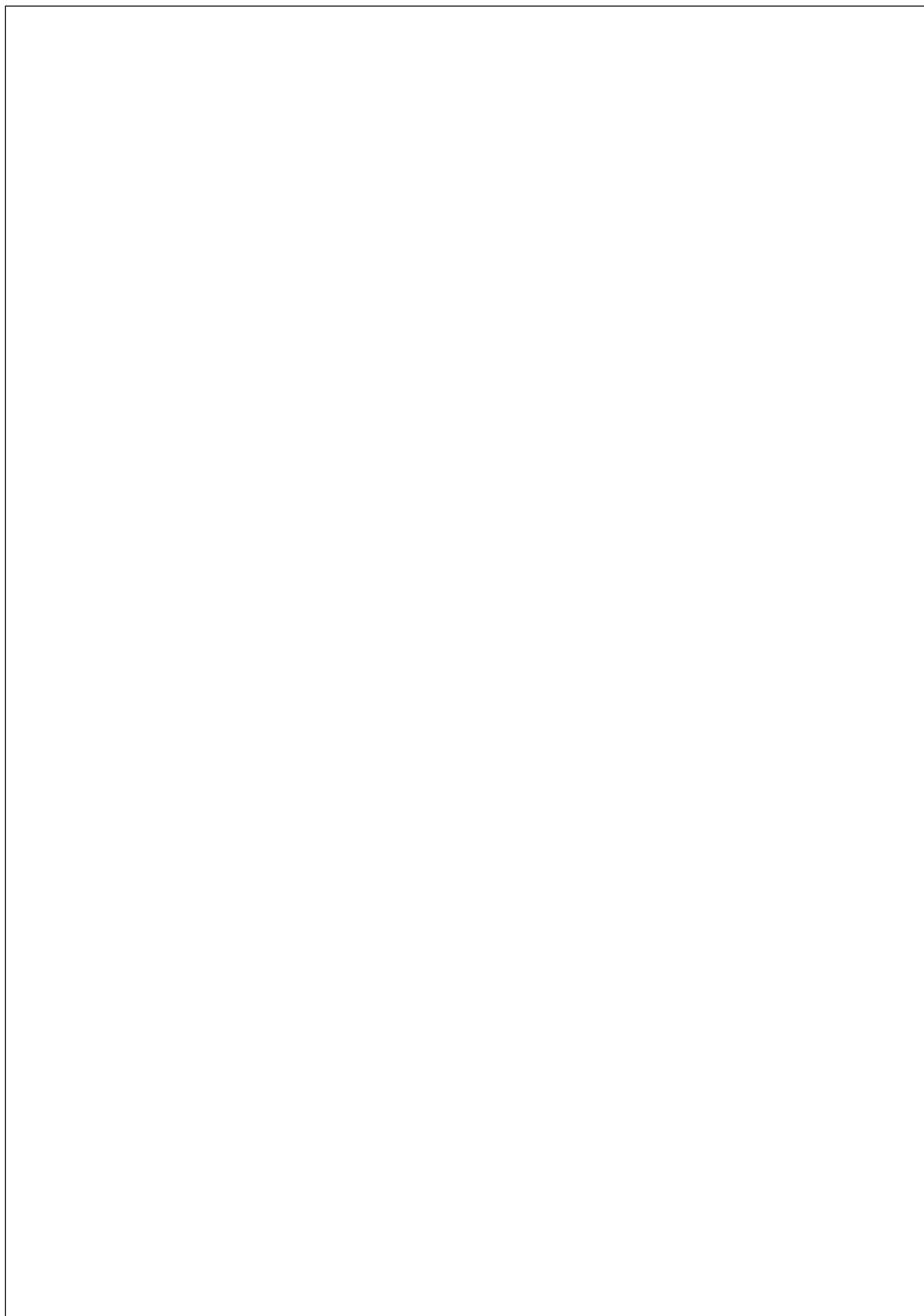
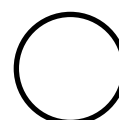
1. **DETERMINE** a quantidade de cubos que resultou da divisão desse bloco de madeira.



2. **CALCULE** a probabilidade de uma pessoa retirar da urna, que contém todos os cubos em que o bloco foi dividido, um cubo com, **exatamente, duas** faces azuis.



3. **CALCULE** a probabilidade de uma pessoa retirar um cubo da urna, que contém todos os cubos em que o bloco foi dividido, lançá-lo sobre uma mesa e obter a **face superior azul**.

QUESTÃO 06

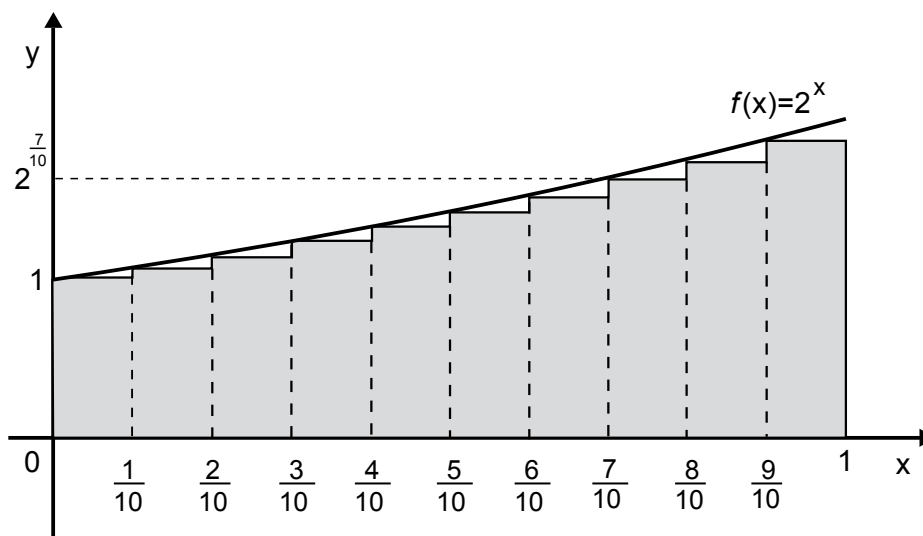
Considere uma função $f(x)$ crescente, positiva e definida no intervalo $[0,1]$.

A soma parcial inferior de ordem n de $f(x)$, representada por $S_n(f)$, é definida por:

$$S_n(f) = \frac{1}{n} \left[f(0) + f\left(\frac{1}{n}\right) + f\left(\frac{2}{n}\right) + f\left(\frac{3}{n}\right) + \dots + f\left(\frac{n-1}{n}\right) \right].$$

Essa soma é uma aproximação para o valor da área da região do plano cartesiano que se situa abaixo do gráfico da função $f(x)$, acima do eixo x e entre as retas de equações $x=0$ e $x=1$.

A interpretação geométrica de $S_{10}(f)$ para a função $f(x) = 2^x$ é a área da região sombreada representada nesta figura:

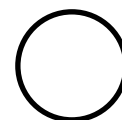


Considerando essas informações,

1. **DEMONSTRE** que a soma parcial inferior de ordem n da função $f(x) = 2^x$ é expressa,

também, por $S_n(f) = \frac{1 + r + r^2 + r^3 + r^4 + \dots + r^{n-1}}{n}$ e **DETERMINE** o valor de r .

2. Utilizando a aproximação $2 \approx (1,007)^{100}$, **CALCULE** a soma parcial inferior de ordem 100 da função $f(x) = 2^x$ e **ESCREVA** o resultado com aproximação de **duas** casas decimais.



EM BRANCO

EM BRANCO

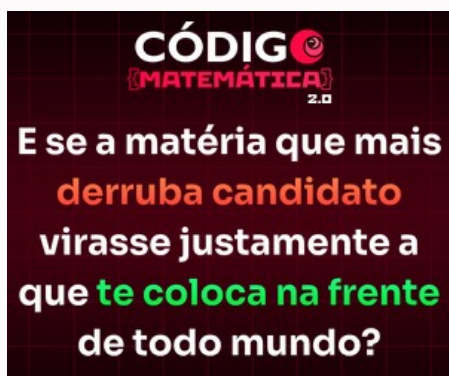


Questões desta prova podem ser reproduzidas
para uso pedagógico, sem fins lucrativos, desde que seja
mencionada a fonte: **Vestibular 2010 UFMG**.
Reproduções de outra natureza devem ser previamente
autorizadas pela Copeve/UFMG.

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

