

PROVA DE MATEMÁTICA

PISM I – Resolução das Questões Objetivas

São apresentadas abaixo possíveis soluções para as questões propostas. Nessas resoluções buscou-se justificar as passagens visando uma melhor compreensão do leitor.

Questão 1: Dadas as funções $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definidas por $f(x) = x - 3$ e $g(x) = 2x - 8$, considere o conjunto $S = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \cdot g(x) \leq 0\}$. Então:

- a) $S = [3, 4]$
- b) $S =]-\infty, 3[\cup]4, +\infty[$
- c) $S = [4, +\infty[$
- d) $S =]-\infty, 3] \cup [4, +\infty[$
- e) $S =]-\infty, 3]$

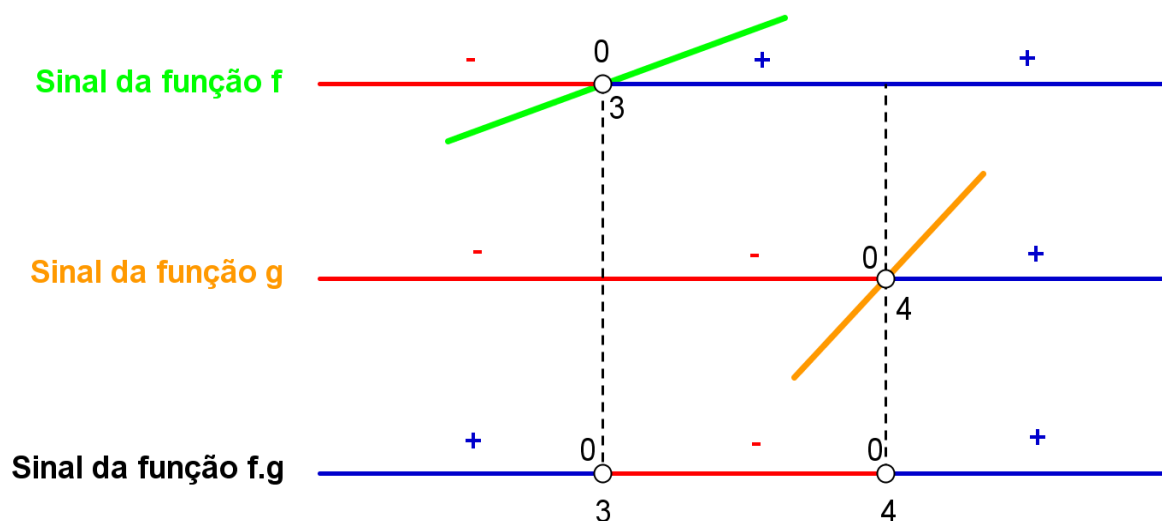
Solução:

Para conhecermos o conjunto S , é necessário estudarmos os sinais das funções f e g . Para tal, é necessário, inicialmente, determinarmos as raízes dessas funções:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$$

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = 4$$

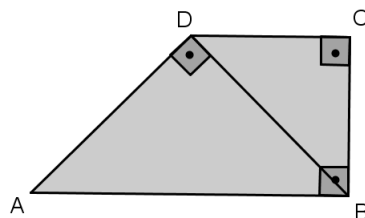
O quadro abaixo resume a análise do sinal das funções f , g e do produto $f \cdot g$:



Portanto, $S = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \cdot g(x) \leq 0\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 \leq x \leq 4\} = [3, 4]$.

Gabarito: (a)

Questão 2: Na figura abaixo, $AD = 3\sqrt{2}$ cm e $AB = 6$ cm.



A área do polígono ABCD, em centímetros quadrados, mede:

- a) 18 b) $\frac{25}{2}$ c) $\frac{27}{2}$ d) $\frac{27\sqrt{2}}{2}$ e) $18\sqrt{2}$

Solução:

Aplicando o Teorema de Pitágoras ao triângulo ADB, que é retângulo em D, obtém-se:

$$DB^2 + AD^2 = AB^2$$

$$DB^2 = (6)^2 - (3\sqrt{2})^2 = 18$$

$$DB = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$

Como $DB = AD$ segue que o triângulo ADB é isósceles.

Traçando-se a altura h do triângulo ABD, conforme ilustrado na figura abaixo, tem-se que H é o ponto médio de AB e, portanto, $AH = HB = 3$

Aplicando o Teorema de Pitágoras ao triângulo AHD, que é retângulo em H, tem-se:

$$DH^2 + AH^2 = AD^2$$

$$h^2 = (3\sqrt{2})^2 - (3)^2 = 9$$

$$h = 3 \text{ cm}$$

Observe que os triângulos AHD, DHB e DCB são congruentes entre si pois são três triângulos retângulos isósceles com hipotenusas de mesma medida. Logo

$$S_{\text{Trap}_{ABCD}} = 3 \times S_{\text{Triâng}_{AHD}}$$

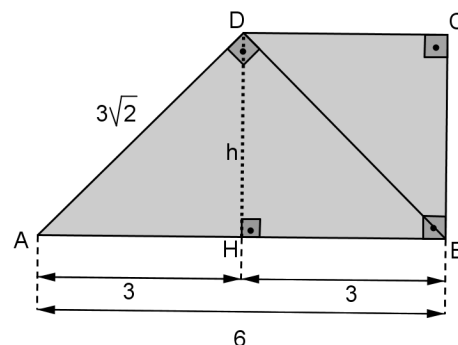
$$S_{\text{Trap}_{ABCD}} = 3 \times \frac{AH \times DH}{2}$$

$$S_{\text{Trap}_{ABCD}} = 3 \times \frac{3 \times 3}{2} = \frac{27}{2} \text{ cm}^2$$

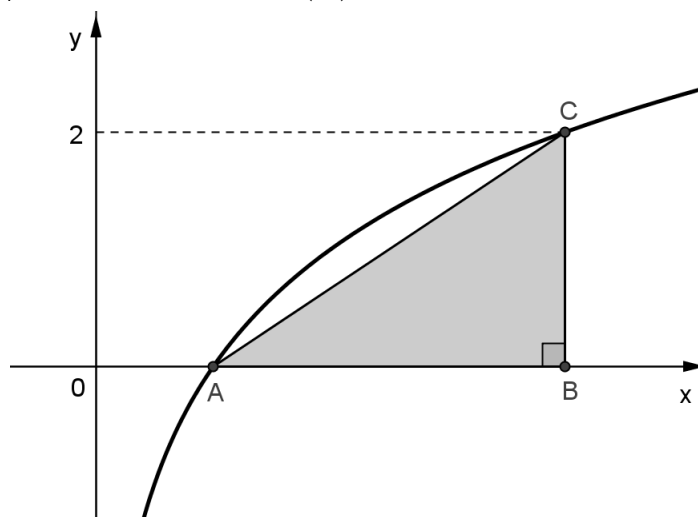
Observação: A área do trapézio também poderia ser calculada utilizando diretamente a fórmula que fornece sua área, a saber:

$$S_{\text{Trap}_{ABCD}} = \frac{AB + DC}{2} \times h.$$

Gabarito: (c)



Questão 3: No plano cartesiano abaixo, onde os eixos estão graduados em centímetros, está representado o gráfico da função $f: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \log_2 x$.



O perímetro do triângulo ABC, retângulo em B, em centímetros, mede:

- a) $5 + 2\sqrt{3}$ b) $5 + \sqrt{13}$ c) 5 d) 6 e) $6 + 2\sqrt{5}$

Solução:

Sejam $A = (a, 0)$, $B = (b, 0)$ e $C = (c, 2)$ as coordenadas dos pontos indicados na figura.

Como os pontos C e B estão sobre uma mesma vertical, segue que $c = b$.

Sendo A e C pontos pertencentes ao gráfico da função f , tem-se que

$$f(c) = f(b) = 2 \Rightarrow \log_2 b = 2 \Rightarrow b = 2^2 \Rightarrow b = 4,$$

$$f(a) = 0 \Rightarrow \log_2 a = 0 \Rightarrow a = 2^0 \Rightarrow a = 1$$

Portanto, $AB = 4 - 1 = 3$ e, sendo $BC = 2$, aplicando o Teorema de Pitágoras ao triângulo ABC, que é retângulo em B, segue que

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = (3)^2 + (2)^2 = 13$$

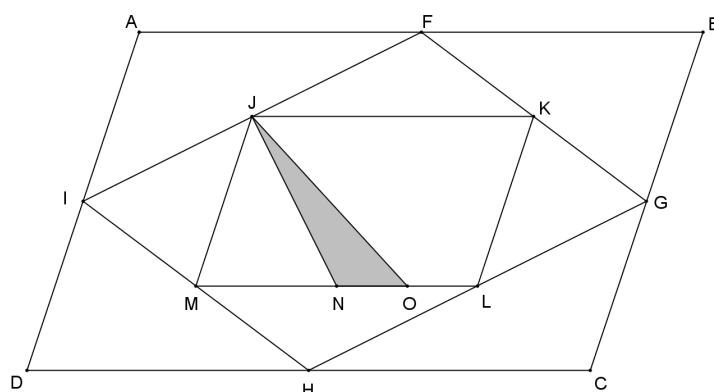
$$AC = \sqrt{13} \text{ cm}$$

Logo, o perímetro do triângulo ABC é dado por:

$$AB + BC + AC = 3 + 2 + \sqrt{13} = 5 + \sqrt{13} \text{ cm}$$

Gabarito: (b)

Questão 4: A área do paralelogramo ABCD mede 128 cm^2 . Os pontos F, G, H e I são os pontos médios dos lados desse paralelogramo. Os pontos J, K, L e M são os pontos médios dos lados do quadrilátero FGHI. O segmento $\overline{NO}$ está sobre o segmento $\overline{ML}$ e $NO = \frac{1}{4}ML$.



A área do triângulo JNO, em centímetros quadrados, mede:

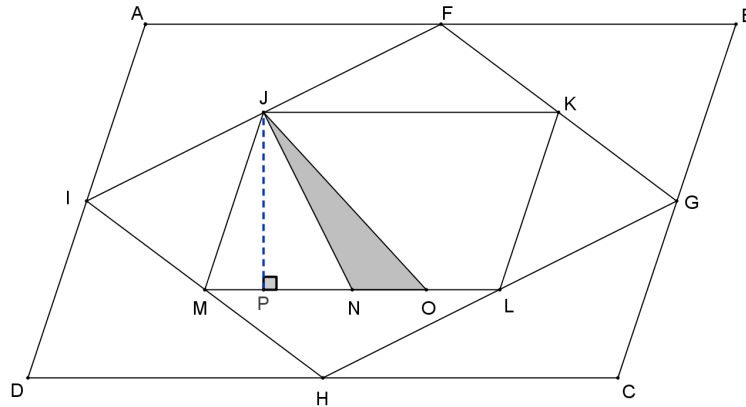
- a) 2 b) 4 c) 6 d) 8 e) 10

Solução:

Como os pontos F, G, H e I são os pontos médios dos lados do paralelogramo ABCD, temos que

$$S_{FGHI} = \frac{1}{2} \times S_{ABCD} = \frac{1}{2} \times 128 = 64 \text{ cm}^2$$

Analogamente, conclui-se que: $S_{JKLM} = \frac{1}{2} \times S_{FGHI} = \frac{1}{2} \times 64 = 32 \text{ cm}^2$.



Note que a altura JP do paralelogramo JKLM é a mesma do triângulo JNO, cuja base é $\frac{1}{4}$ da base do paralelogramo JKLM.

Assim,

$$S_{JNO} = \frac{NO \times JP}{2} = \frac{\frac{1}{4} ML \times JP}{2} = \frac{\frac{1}{4} \times S_{JKLM}}{2} = \frac{1}{8} \times S_{JKLM} = \frac{1}{8} \times 32 = 4 \text{ cm}^2.$$

Gabarito: (b)

Questão 5: Estudos realizados com camundongos revelaram que, após percorrer várias vezes um labirinto, o tempo t , em minutos, necessário para que o camundongo encontre a saída na tentativa de número n é dado por

$$t = 3 + \frac{12}{n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

É correto afirmar que:

- a) o camundongo consegue achar a saída em 6 minutos na 3ª tentativa.
- b) após um número muito grande de tentativas, o camundongo encontrará a saída em menos de 3 minutos.
- c) à medida que o número de tentativas aumenta, o tempo gasto para encontrar a saída se aproxima de 3 minutos.
- d) à medida que o número de tentativas aumenta, o tempo gasto para encontrar a saída aumenta.
- e) o camundongo consegue achar a saída em 4 minutos na 10ª tentativa.

Solução: Vamos analisar cada uma das alternativas :

a) Para $n = 3$, tem-se $t = 3 + \frac{12}{3} = 3 + 4 = 7$ minutos. (FALSA)

b) Como $\frac{12}{n} > 0$, para $n = 1, 2, 3, \dots$, segue que $t = 3 + \frac{12}{n} > 3 + 0 = 3$, para $n = 1, 2, 3, \dots$, ou seja, o tempo t é sempre maior que 3 minutos. (FALSA)

c) À medida que n aumenta, $\frac{12}{n}$ fica cada vez mais próximo de zero. Portanto, o tempo t se aproxima de 3 minutos. (VERDADEIRA)

d) À medida que n aumenta, $\frac{12}{n}$ diminui. Portanto, o tempo t diminui. (FALSA)

e) Para $n = 10$, tem-se $t = 3 + \frac{12}{10} = 3 + 1,2 = 4,2$ minutos. (FALSA)

Gabarito: (c)

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

