

01. Suponha que o gasto com a manutenção de um terreno, em forma de quadrado, seja diretamente proporcional à medida do seu lado. Se uma pessoa trocar um terreno quadrado de 2.500 m^2 de área por outro, também quadrado, de 3.600 m^2 de área, o percentual de aumento no gasto com a manutenção será de:
- A) 10 %
 - B) 15 %
 - C) 20 %
 - D) 25 %
 - E) 30 %

Questão 01, alternativa C

Assunto: Proporcionalidade, Porcentagem e Geometria Plana (Áreas)

Se g é o gasto com a manutenção e l é a medida do lado do terreno temos $g = kl$ (onde k é uma constante, pois o gasto com a manutenção é diretamente proporcional à medida do lado). Se A é a medida da área, temos $A = l^2$ e daí, como $l > 0$, $l = \sqrt{A}$. Assim, como o terreno que a pessoa possuía inicialmente tem área igual a 2.500 m^2 , seu lado mede 50 m . Como a área do novo terreno é de 3.600 m^2 seu lado mede 60 m . Assim o gasto com a manutenção passou de $50k$ para $60k$, o que corresponde a um aumento de $10k$, ou seja, $1/5$ do gasto inicial. Como $\frac{1}{5} = 0,20$, teremos um aumento percentual de 20% no gasto com a manutenção. Observe que o aumento percentual do gasto com a manutenção é o mesmo percentual de aumento do lado, o que sempre ocorre com relação ao aumento percentual de grandezas diretamente proporcionais. O candidato mais experiente resolveria o problema considerando simplesmente o aumento percentual do lado.

02. A soma dos 15 primeiros termos de uma Progressão Aritmética é 150. O 8º termo desta P.A. é:
- A) 10
 - B) 15
 - C) 20
 - D) 25
 - E) 30

Questão 02, alternativa A

Assunto: Sequências (Progressões Aritméticas)

Considerando os 15 primeiros termos da PA, o termo médio é o de ordem $\frac{15+1}{2} = 8$. Escrevendo todos os demais termos em função do 8º termo temos: $a_1 = a_8 - 7r$, $a_2 = a_8 - 6r$, $a_3 = a_8 - 5r$, ..., $a_7 = a_8 - r$, $a_9 = a_8 + r$, ..., $a_{13} = a_8 + 5r$, $a_{14} = a_8 + 6r$, $a_{15} = a_8 + 7r$, onde r é a razão da PA.

Portanto $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_7 + a_8 + a_9 + \dots + a_{13} + a_{14} + a_{15} = 15 a_8 = 150$. Daí $a_8 = \frac{150}{15} = 10$.

O argumento aqui utilizado pode ser generalizado para mostrar que numa PA com um número ímpar de termos o termo médio pode ser obtido dividindo a soma dos termos pelo número de termos. O aluno poderia também resolver este problema de modo direto, já usando o resultado geral.

03. A média aritmética das notas dos alunos de uma turma formada por 25 meninas e 5 meninos é igual a 7. Se a média aritmética das notas dos meninos é igual a 6, a média aritmética das notas das meninas é igual a:
- A) 6,5
 - B) 7,2
 - C) 7,4
 - D) 7,8
 - E) 8,0

Questão 03, alternativa B

Assunto: Números Reais (Média Aritmética)

Como a média aritmética dos meninos é 6 e o número de meninos é 5, a soma das notas dos meninos é $5 \cdot 6 = 30$. Como a média da turma é 7 e o número de alunos da turma é 30 (25 meninas e 5 meninos), a soma das notas da turma é $30 \cdot 7 = 210$. Portanto, a soma das notas das meninas é $210 - 30 = 180$. Consequentemente, a média das notas das meninas é $180/25 = 7,2$. Este problema exige apenas um pouco da habilidade do candidato ao lidar com o conceito de média aritmética.

- 04.** Sejam α e β os ângulos agudos de um triângulo retângulo. Se $\text{sen } \alpha = \text{sen } \beta$ e se a medida da hipotenusa é 4 cm, a área desse triângulo (em cm^2) é:
- A) 2
B) 4
C) 8
D) 12
E) 16

Questão 04, alternativa B

Assunto: Trigonometria e Geometria Plana(Áreas)

O conhecimento de trigonometria exigido nesta questão é bastante básico. Trata-se simplesmente da definição de seno de um ângulo. Na parte de geometria, além do Teorema de Pitágoras, utilizamos a noção de área e o conhecimento de propriedades relativas aos ângulos internos de um triângulo.

Como $\text{sen } \alpha = \text{sen } \beta$ e α e β são complementares, temos $\alpha = \beta = 45^\circ$ e portanto o triângulo retângulo é isósceles. Se x é a medida de cada um dos lados iguais (catetos), então, pelo teorema de Pitágoras, temos $x^2 + x^2 = 4^2$ e daí $x^2 = 8$. Como o triângulo é retângulo podemos considerar seus catetos como base e

altura. Assim sendo, a base e a altura do triângulo são iguais a x e então sua área é $\frac{1}{2} \cdot x \cdot x = \frac{x^2}{2} = 4$.

- 05.** Sejam M e N conjuntos que possuem um único elemento em comum. Se o número de subconjuntos de M é igual ao dobro do número de subconjuntos de N , o número de elementos do conjunto $M \cup N$ é:
- A) o triplo do número de elementos de M .
B) o triplo do número de elementos de N .
C) o quádruplo do número de elementos de M .
D) o dobro do número de elementos de M .
E) o dobro do número de elementos de N .

Questão 05, alternativa E

Assunto: Conjuntos

Para resolver este problema, o candidato deverá conhecer os resultados que envolvem a cardinalidade de conjuntos finitos.

Sejam $n(M)$ o número de elementos do conjunto M e $n(N)$ o número de elementos do conjunto N . Então o número de subconjuntos de M é $2^{n(M)}$ e o número de subconjuntos de N é $2^{n(N)}$. Como o número de subconjuntos de M é igual ao dobro do número de subconjuntos de N , temos $2^{n(M)} = 2 \cdot 2^{n(N)} = 2^{1 + n(N)}$ e daí $n(M) = 1 + n(N)$

Como $n(M \cup N) = n(M) + n(N) - n(M \cap N)$ e $n(M \cap N) = 1$, temos $n(M \cup N) = 1 + n(N) + n(N) - 1 = 2n(N)$

- 06.** Sejam $\log_a m = p$ e $\log_a n = q$. Se $p + q = \log_a x$ e $p - q = \log_a y$, o valor de m^2 é:
- A) xy
B) x^2
C) y^2
D) $x - y$
E) x/y

Questão 06, alternativa A

Assunto: Logaritmos (propriedades das funções logarítmicas)

Neste problema cobramos do aluno um conhecimento dos fundamentos da teoria dos logaritmos, destacando a utilização de suas propriedades básicas.

Como $\log_a m = p$ e $\log_a n = q$ temos $p + q = \log_a m + \log_a n = \log_a mn$ e $p - q = \log_a m - \log_a n = \log_a m/n$. Como $p + q = \log_a x$ e $p - q = \log_a y$ temos $\log_a mn = \log_a x$ e $\log_a m/n = \log_a y$ o que implica $mn = x$ e $m/n = y$. Multiplicando ambos os membros das duas últimas igualdades, temos $m^2 = xy$

07. O segmento que une os pontos de interseção da reta $2x + y - 4 = 0$ com os eixos coordenados determina um diâmetro de uma circunferência. A equação dessa circunferência é:

- A) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$
- B) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 20$
- C) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 25$
- D) $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 5$
- E) $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 20$

Questão 07, alternativa A

Assunto: Geometria Analítica (equações da reta e da circunferência; distância entre dois pontos)
A principal parte do problema é a determinação dos pontos de interseção da reta $2x + y - 4 = 0$ com os eixos coordenados. A partir daí o raio da circunferência procurada é igual à metade da distância entre estes dois pontos, e o centro da circunferência é o ponto médio do segmento determinado por eles.
Para encontrarmos o ponto de interseção da reta $2x + y - 4 = 0$ com o eixo x , fazemos $y = 0$ e para encontrarmos o ponto de interseção da reta $2x + y - 4 = 0$ com o eixo y , fazemos $x = 0$. Assim os pontos de interseção da reta $2x + y - 4 = 0$ com os eixos coordenados são $(2,0)$ e $(0,4)$. A distância entre estes pontos é $\sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ e portanto o raio da circunferência procurada é $\sqrt{5}$. O ponto médio do segmento que une os pontos $(2,0)$ e $(0,4)$ é $\left(\frac{2+0}{2}, \frac{0+4}{2}\right) = (1,2)$, que é o centro da circunferência. Portanto a equação da circunferência é $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$

08. Sejam f e g funções reais de variável real definidas por $f(x) = \frac{17}{2^x + 1}$ e $g(x) = 3 + 2x - x^2$. O valor

mínimo de $f(g(x))$ é:

- A) $1/4$
- B) $1/3$
- C) $1/2$
- D) 1
- E) 2

Questão 08, alternativa D

Assunto: Funções (composição de funções; função quadrática)
Este problema envolve a noção de quociente de dois números positivos, mais particularmente, o fato de que quanto maior for o divisor menor será o quociente.
Temos $f(g(x)) = \frac{17}{2^{g(x)} + 1}$. Assim quanto maior for o valor de $2^{g(x)} + 1$, menor será o valor de $f(g(x))$.
Logo $f(g(x))$ assumirá um valor mínimo quando $2^{g(x)} + 1$ assumir um valor máximo, o que ocorrerá quando $g(x)$ assumir um valor máximo.. Como $g(x) = 3 + 2x - x^2$, trata-se de uma função quadrática e, como o coeficiente de x^2 é negativo, seu gráfico é uma parábola com concavidade para baixo e portanto ela assumirá um valor máximo, o qual ocorrerá quando o valor de x for igual à abscissa do vértice, isto é, quando $x = \frac{-2}{2 \cdot (-1)} = 1$. Assim $g(1)$ é o valor máximo assumido pela função g e, portanto, o valor mínimo da composta será $f(g(1)) = \frac{17}{2^{g(1)} + 1} = \frac{17}{2^4 + 1} = \frac{17}{17} = 1$

09. Sejam α , β e θ os ângulos internos de um triângulo. Se as medidas desses ângulos são diretamente proporcionais a 1, 2 e 3, respectivamente, e a bissetriz do ângulo β mede duas unidades de comprimento (u.c.), a medida do perímetro deste triângulo é:

- A) $3(\sqrt{3} + 2)$ u.c.
- B) $(\sqrt{3} + 1)$ u.c.
- C) $3\sqrt{3}$ u.c.
- D) $3(\sqrt{3} + 1)$ u.c.
- E) $(3\sqrt{3} - 1)$ u.c.

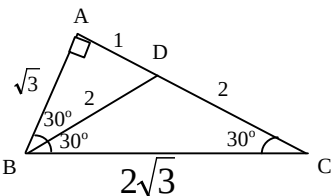
Questão 09, alternativa D

Assunto: Proporcionalidade, Trigonometria e Geometria Plana (Triângulos)

O que é cobrado de trigonometria neste problema é essencialmente o conhecimento dos valores das funções trigonométricas em arcos especiais. Na geometria plana, o que se exige é o conhecimento de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° e a definição de perímetro.

De fato, como $\alpha + \beta + \theta = 180^\circ$ e as medidas dos ângulos são proporcionais a 1; 2 e 3, respectivamente, temos $\alpha = \beta/2 = \theta/3 = \frac{\alpha + \beta + \theta}{1+2+3} = \frac{180}{6} = 30$. Portanto as medidas de α, β e θ são, respectivamente, 30° , 60° e 90° ,

Observando a figura abaixo, vemos que o segmento BD é a bissetriz do ângulo β e o triângulo BDC é isósceles e, portanto, a medida do segmento DC é 2 u.c. Temos também: medida de BC igual a $2.2 \cos 30^\circ = 2.2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$; medida de AB igual a $2 \cos 30^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$; e medida de AD igual a $2 \sin 30^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$. Daí concluímos que os catetos medem 3 e $\sqrt{3}$ e a hipotenusa mede $2\sqrt{3}$ e, portanto, a medida do perímetro deste triângulo é $3\sqrt{3} + 3 = 3(\sqrt{3} + 1)$ u.c.



10. Um cone circular reto e uma pirâmide de base quadrada têm a mesma altura e o mesmo volume. Se r é a medida do raio da base do cone, e b é a medida do lado da base da pirâmide, então o quociente b/r é igual a:
- A) $1/3$
B) 1
C) $\sqrt{\pi}$
D) π
E) 2π

Questão 10, alternativa C

Assunto: Geometria Espacial (Cones; Pirâmides; Volumes)

Neste problema, o candidato obterá o resultado imediatamente a partir do conhecimento das fórmulas de volume do cone e da pirâmide.

De fato, se v_1 e v_2 são os volumes do cone e da pirâmide, respectivamente, então $v_1 = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ e $v_2 = \frac{1}{3}b^2 h$.

Como $v_1 = v_2$, temos $\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}b^2 h$, logo $\frac{b^2}{r^2} = \pi$ e daí $\frac{b}{r} = \sqrt{\pi}$

11. O coeficiente de x^3 no polinômio $p(x) = (x - 1) \cdot (x + 3)^5$ é:
- A) 30
B) 50
C) 100
D) 120
E) 180

Questão 11, alternativa E

Assunto: Polinômios (Operações; Grau) e Análise Combinatória (Binômio de Newton)

$(x+3)^5 = x^5 + 5.x^4.3 + 10.x^3.3^2 + 10.x^2.3^3 + 5.x.3^4 + 3^5 = x^5 + 15.x^4 + 90.x^3 + 270.x^2 + 405x + 243$. Daí o termo de grau 3 em $(x-1)(x+3)^5$ será $270x^3 - 90x^3 = 180x^3$. Portanto, o coeficiente do termo de grau 3 deste polinômio é 180.

Como temos o produto de $(x-1)$ por $(x+3)^5$, o candidato poderia simplesmente obter os coeficientes dos termos de grau 2 e 3 do desenvolvimento de $(x+3)^5$ e subtrair um do outro.

12. Se um comerciante misturar 2kg de café em pó do tipo I com 3kg de café em pó do tipo II, ele obtém um tipo de café cujo preço é R\$ 4,80 o quilograma. Mas, se misturar 3kg de café em pó do tipo I com 2kg de café do tipo II, a nova mistura custará R\$ 5,20 o quilograma. Os preços do quilograma do café do tipo I e do quilograma do café do tipo II são respectivamente:
- A) R\$ 5,00 e R\$ 3,00
B) R\$ 6,40 e R\$ 4,30
C) R\$ 5,50 e R\$ 4,00
D) R\$ 5,30 e R\$ 4,50
E) R\$ 6,00 e R\$ 4,00

Questão 12, alternativa E

Assunto: Sistemas Lineares (resolução de sistemas lineares)

Este é um tipo de problema bastante comum e semelhante a muitos outros que enfrentamos no nosso cotidiano. Sua solução recai num sistema linear de duas equações e duas incógnitas.

Sejam x o preço do quilograma do café tipo (I) e y o preço do quilograma do café tipo (II). Temos, então:

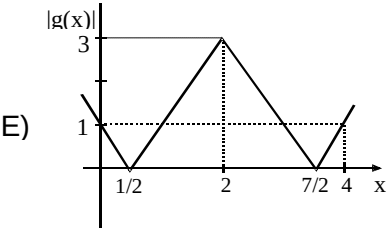
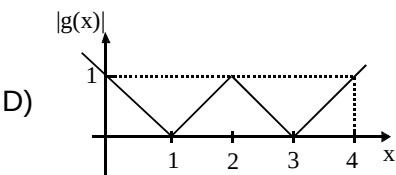
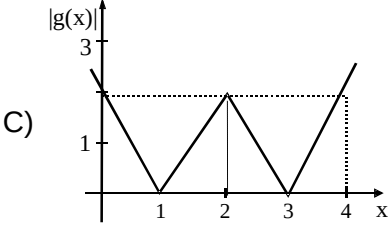
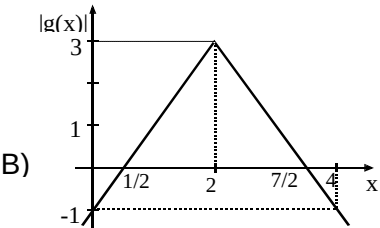
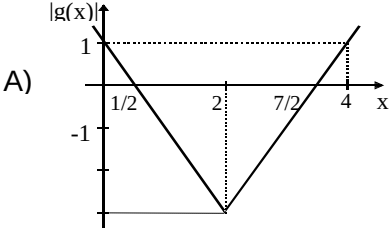
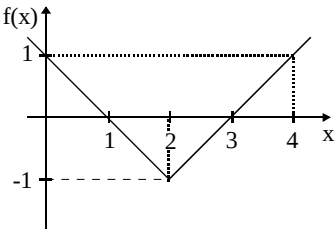
$$2x + 3y = 5 \cdot (4,80) = 24$$

$$3x + 2y = 5 \cdot (5,20) = 26$$

Resolvendo o sistema temos $x = 6$ e $y = 4$

13. Seja f uma função real de variável real cujo gráfico está representado ao lado.

Se $g(x) = 2 f(x) - 1$, assinale a alternativa cujo gráfico melhor representa $|g(x)|$.



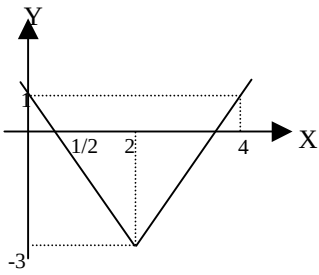
Questão 13, alternativa E

Assunto: Funções (Gráficos) e Números Reais (Módulo)

De acordo com o gráfico de f , vemos que os pontos $(0,1)$, $(2,-1)$ e $(4,1)$ pertencem ao gráfico. A equação da reta que passa por $(0,1)$, $(2,-1)$ é $\frac{y-1}{x-0} = \frac{-1-1}{2-0}$ e, assim, $y = -x+1$. A equação da reta que passa por $(2,-1)$, $(4,1)$ é $\frac{y+1}{x-2} = \frac{1-(-1)}{4-2}$ e daí $y = x-3$. Portanto, temos $f(x) = \begin{cases} -x+1, & \text{se } x \leq 2 \\ x-3, & \text{se } x > 2 \end{cases}$ e, assim, $g(x) = 2f(x) - 1$

$$1 = \begin{cases} 2(-x+1)-1, & \text{se } x \leq 2 \\ 2(x-3)-1, & \text{se } x > 2 \end{cases} \Rightarrow$$
$$g(x) = 2f(x) - 1 = \begin{cases} -2x+1, & \text{se } x \leq 2 \\ 2x-7, & \text{se } x > 2 \end{cases}. \text{ Temos } g(0) = 1; g(2) = -3; g(4) = 1 \text{ e mais: } g(x) = 0 \Leftrightarrow -2x + 1 = 0$$

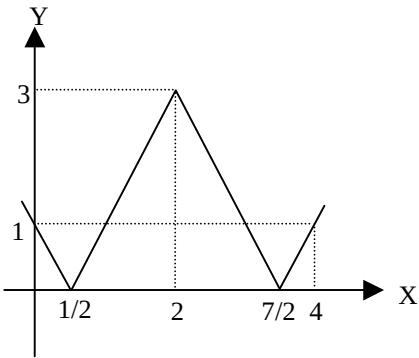
ou $2x - 7 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ ou $x = \frac{7}{2}$. Assim, o gráfico de $g(x)$ é o seguinte:



Temos, portanto, que $g(x) \geq 0$ se $x \leq 1/2$ ou $x \geq 7/2$ e $g(x) < 0$ se $x \in (1/2, 7/2)$. Logo $|g(x)| = g(x)$, se $x \leq 1/2$ ou $x \geq 7/2$ e $|g(x)| = -g(x)$ se $x \in (1/2, 7/2)$. Assim:

$$|g(x)| = \begin{cases} -2x+1, & \text{se } x \leq \frac{1}{2} \\ 2x-1, & \text{se } \frac{1}{2} < x \leq 2 \\ -2x+7, & \text{se } 2 < x < \frac{7}{2} \\ 2x-7, & \text{se } x \geq \frac{7}{2} \end{cases}$$

e, portanto, o gráfico que melhor representa $|g(x)|$ é:



Neste problema, o candidato com um pouco de experiência poderia resolver por exclusão. Como $|g(x)| \geq 0$, os itens A e B estariam automaticamente excluídos. Como $|g(2)| = 3$ os itens C e D também estariam excluídos. Restaria, portanto, o item E.

14. O número de maneiras segundo as quais podemos dispor 3 homens e 3 mulheres em três bancos fixos, de tal forma que em cada banco fique um casal, sem levar em conta a posição do casal no banco, é:
- A) 9
 - B) 18
 - C) 24
 - D) 32
 - E) 36

Questão 14, alternativa E

Assunto: Análise Combinatória

Neste problema, o conhecimento do princípio fundamental da contagem permite uma solução imediata. O número de possibilidades para o primeiro banco é $3.3 = 9$, para o segundo é $2.2 = 4$ e para o terceiro é $1.1 = 1$. Portanto, o número de maneiras segundo as quais podemos dispor os 3 homens e as 3 mulheres, em três bancos e sem levar em conta a posição do casal no banco, é $9.4.1 = 36$.

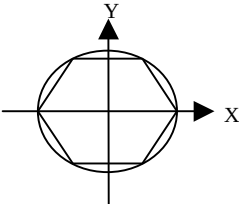
15. A área do polígono cujos vértices são as representações geométricas das raízes do polinômio $p(x) = x^6 - 1$ é:

- A) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
- B) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
- C) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
- D) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
- E) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

Questão 15, alternativa A

Assunto: Números Complexos e Polinômios (Raízes)

As raízes do polinômio $p(x) = x^6 - 1$ são as raízes sextas da unidade. As raízes sextas da unidade são números complexos cujo módulo é igual a 1 e, portanto, suas representações geométricas são pontos equidistantes sobre a circunferência de raio 1 e centro na origem. Como 1 é uma destas raízes, a representação geométrica destas raízes coincide com os vértices do hexágono regular (veja figura abaixo) inscrito na circunferência de raio 1 e centro na origem. A área de um hexágono regular inscrito em uma circunferência de raio r é $\frac{3\sqrt{3}}{2} r^2$. Como, no nosso caso, $r = 1$, a área deste hexágono é $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.



Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

