

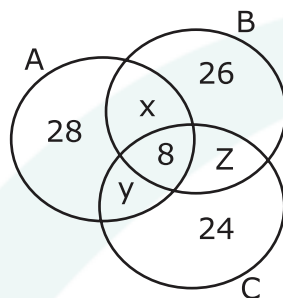
MATEMÁTICA

Matemática – Questão 01

Uma pesquisa foi feita com um grupo de pessoas que frequentam, pelo menos, uma das três livrarias, A, B e C. Foram obtidos os seguintes dados:

- . das 90 pessoas que frequentam a Livraria A, 28 não frequentam as demais;
- . das 84 pessoas que frequentam a Livraria B, 26 não frequentam as demais;
- . das 86 pessoas que frequentam a Livraria C, 24 não frequentam as demais;
- . oito pessoas frequentam as três livrarias.

1. **DETERMINE** o número de pessoas que frequentam apenas uma das livrarias.



2. **DETERMINE** o número de pessoas que frequentam, pelo menos, duas livrarias.

3. **DETERMINE** o número total de pessoas ouvidas nessa pesquisa.

RESOLUÇÃO:

1. Apenas uma = $28 + 26 + 24 = 78$ pessoas

$$2. \begin{cases} x + y = 54 & x = 25 \\ x + z = 50 & y = 29 \\ y + z = 54 & z = 25 \end{cases}$$

Pelo menos uma = $x + y + z + 8 = 87$ pessoas.

3. Total = 165 pessoas

Matemática — Questão 02

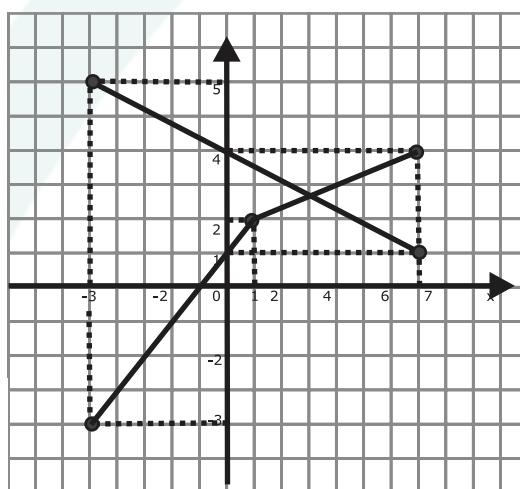
Considere estas funções reais:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{5}{4}x + \frac{3}{4}, & \text{se } x < 1 \\ \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}, & \text{se } x \geq 1 \end{cases} \text{ e } g(x) = -\frac{2}{5}x + \frac{19}{5}$$

1. **ESBOCE**, neste plano cartesiano, o gráfico de cada uma dessas funções no intervalo $7 - 3 \leq x \leq 7$.
2. **DETERMINE** o conjunto $\{x \in \mathbb{R} \mid f(x) = 0\}$.
3. **DETERMINE** o conjunto $\{x \in \mathbb{R} \mid f(x) = g(x)\}$.

RESOLUÇÃO:

1.



2. $f(x) = 0$
(do gráfico $x < 1$)

$$\frac{5}{4}x + \frac{3}{4} = 0 \rightarrow x = -\frac{3}{5}$$

3. $f(x) = g(x)$
(do gráfico $x > 1$)

$$\frac{1}{3}x + \frac{5}{3} = -\frac{2}{5}x + \frac{19}{5}$$
$$x = \frac{32}{11}$$

Matemática – Questão 03

Uma indústria produz dois tipos de fertilizante líquido, F_1 e F_2 , usando apenas os produtos líquidos P e Q .

O fertilizante F_1 é fabricado misturando-se esses produtos na proporção de 5 litros de P para cada 3 litros de Q . Por sua vez, o fertilizante F_2 resulta da mistura de 7 litros de P para cada 2 litros de Q .

1. **DETERMINE** a quantidade do produto Q a ser usada na fabricação de 260 litros do fertilizante F_1 .

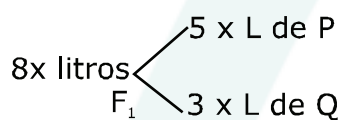
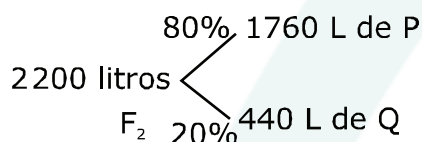
Certa vez, durante a fabricação do fertilizante F_2 , verificou-se que a composição da mistura era de 80% do produto P e 20% do produto Q , estando, portanto, errada. Já haviam sido fabricados 200 litros desse fertilizante. Para corrigir esse erro, foi acrescentada à mistura uma certa quantidade do fertilizante F_1 .

2. **DETERMINE** a quantidade do fertilizante F_1 que foi acrescentada à mistura.

RESOLUÇÃO:

1. $X_a = \frac{3}{8} \cdot 260 \text{ L} = 97,5 \text{ litros de } Q$

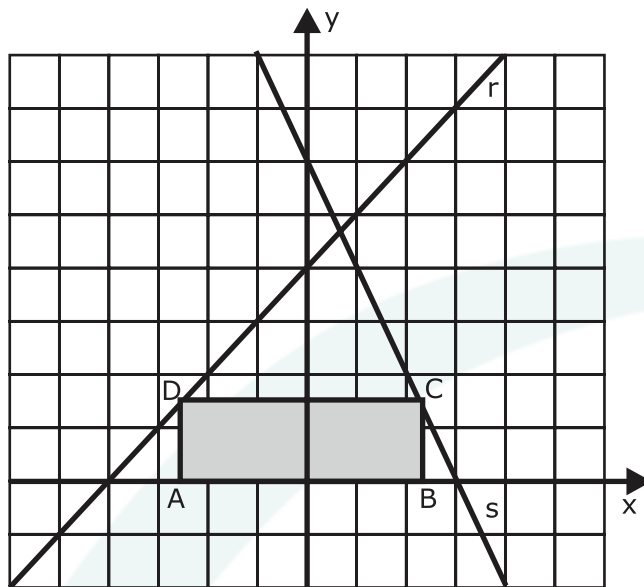
2.



$$\frac{\text{nº litros } P \text{ em } F_2}{\text{nº litros } Q \text{ em } F_2} = \frac{7}{2} \rightarrow \frac{5x + 1760}{3x + 440} = \frac{7}{2}$$
$$x = 40 \rightarrow 8x = 320 \text{ litros } F_1$$

Matemática — Questão 04

Neste plano cartesiano, estão representados o retângulo ABCD e as retas r e s :



Sabe-se que:

- a equação de r é $y = x + 4$ e a equação de s é $y = -2x + 6$;
- os pontos D e C pertencem, respectivamente, às retas r e s e têm ordenadas positivas; e
- $A = (a, 0)$ e $B = (b, 0)$, sendo $a < b$.

1. **CALCULE** a área do retângulo ABCD em função apenas de b .
2. **DETERMINE** o valor de b para que a área do retângulo ABCD seja **máxima** e **CALCULE** essa área.

RESOLUÇÃO:

1. $C(b, -2b + 6)$

$D(a, a + 4)$

$$a + 4 = -2b + 6$$

$$a = -2b + 2$$

$$S = (b - a)(-2b + 6)$$

$$S = -6b^2 + 22b - 12$$

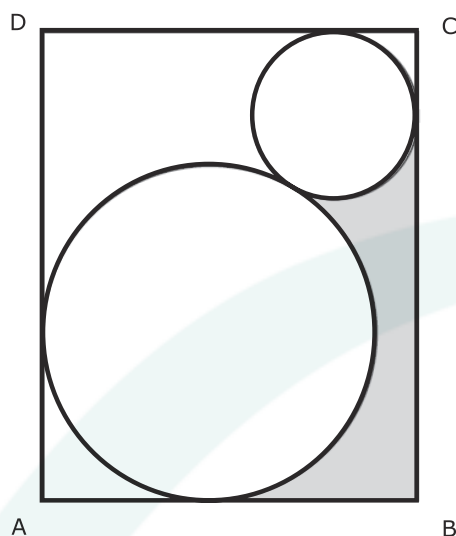
2.

$$S_{\max} = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{49}{6}$$

$$X_v = -\frac{b}{2a} = \frac{11}{6}$$

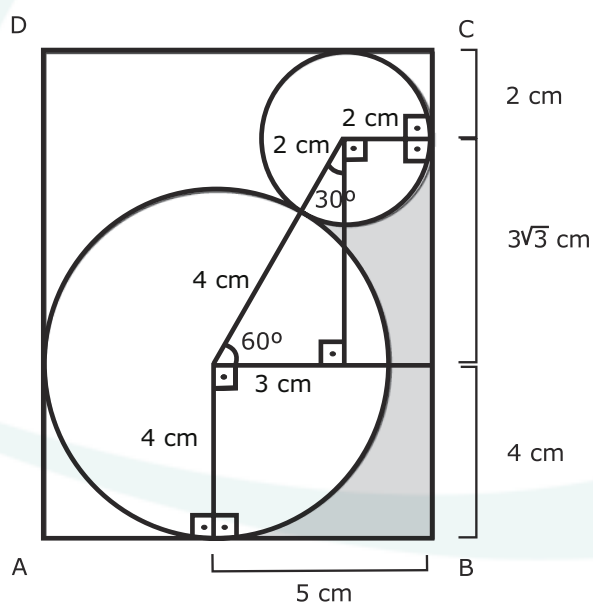
Matemática – Questão 05

Nesta figura, os dois círculos são tangentes entre si e tangentes aos lados do retângulo $ABCD$:



Sabe-se que

- o raio do círculo menor e o do círculo maior medem, respectivamente, 2 cm e 4 cm; e
- o lado AB do retângulo mede 9 cm.



1. **CALCULE** o comprimento do lado AD do retângulo.
2. **CALCULE** a área da região sombreada na figura.

RESOLUÇÃO:

$$1. AD = 6 + 3\sqrt{3} = 3(2 + \sqrt{3}) \text{ cm}$$

$$2. A_{\text{HAC}} = 5 \cdot 4 + (5 + 2) \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{120^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 2^2 - \frac{150^\circ}{360^\circ} \pi \cdot 4^2$$

$$A_{\text{HAC}} = (20 + \frac{21\sqrt{3}}{2} - 8\pi) \text{ cm}^2$$

Matemática – Questão 06

Considere o polinômio

$$P(x) = x^4 - 2mx^2 + 2m - 1$$

sendo m um número real maior que $\frac{1}{2}$.

1. **CALCULE** as raízes de $p(x)$ em função de m .
2. **DETERMINE** os valores de m para que $p(x)$ tenha quatro raízes distintas e em progressão aritmética.

RESOLUÇÃO:

1. $p(x) = x^4 - 2mx^2 + 2m - 1 = 0$

Fazendo $x^2 = y$, temos:

$$y^2 - 2my + 2m - 1 = 0$$

$$\Delta = (-2m)^2 - 4 \cdot (2m - 1) = (2m - 2)^2$$

$$y = \frac{2m \pm |2m - 2|}{2} \begin{cases} y' = 2m - 1 \\ y'' = 1 \end{cases}$$

$$x^2 = y$$

$$x = \pm 1 \text{ ou}$$

$$x = \pm \sqrt{2m - 1}$$

2.

$$\begin{array}{ccc} r = \frac{2}{3} \sqrt{2m - 1} & & r = 2 \\ \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline -1 & -\sqrt{2m-1} & & & \end{array} & \text{ou} & \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & -1 & 1 & & \\ \hline \end{array} \\ \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline -1 & -\sqrt{2m-1} & & & \end{array} & & \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline -\sqrt{2m-1} & & 1 & & \sqrt{2m-1} \\ \hline \end{array} \\ 1 - \sqrt{2m - 1} = \frac{2}{3} & \text{ou} & \sqrt{2m - 1} - 1 = 2 \\ \boxed{m = \frac{5}{9}} & & \boxed{m = 5} \end{array}$$

Matemática – Questão 07

Seja $z = (a + i)^3$ um número complexo, sendo a um número real.

1. **ESCREVA** z na forma $x + i y$, sendo x e y números reais.
2. **DETERMINE** os valores de a para que z seja um número imaginário puro.

RESOLUÇÃO:

1. $z = (a+i)^3 = a^3 + 3a^2i + 3ai^2 + i^3$

$$= (a^3 - 3a) + (3a^2 - 1)i$$

↓

x

↓

y

2. Para z ser imaginário puro

$$\begin{cases} a^3 - 3a = 0 \\ 3a^2 - 1 \neq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = 0 \text{ ou} \\ a = \pm \sqrt{3} \end{cases}$$

Matemática — Questão 08

Seja S o conjunto dos números naturais de 1 a 100.

1. **DETERMINE** a probabilidade de se escolherem **dois** números distintos de S de forma que a soma deles seja um número par.
2. **DETERMINE** a probabilidade de se escolherem **dois** números distintos de S de forma que a soma deles seja divisível por 3.

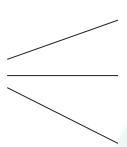
RESOLUÇÃO:

1. Soma par: dois pares ou dois ímpares

$$P = P(\text{par}) \cdot P(\text{par}) + P(\text{ímpar}) \cdot P(\text{ímpar})$$

$$P = \frac{50}{100} \cdot \frac{49}{99} + \frac{50}{100} \cdot \frac{49}{99} = \frac{49}{99}$$

2. Para que a soma de dois números seja divisível por 3, devemos pegar dois múltiplos de 3 ou um número que deixa resto 1 e outro que deixa resto 2.

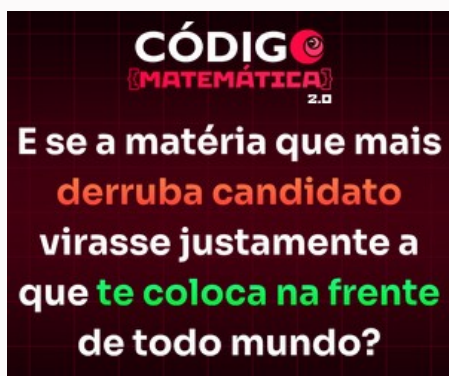
Temos  34 números que deixam resto 1
33 deixam resto 2
33 múltiplos de 3

$$P = \frac{C_{33,2} + C_{34,1} \cdot C_{33,1}}{C_{100,2}} = \frac{1}{3}$$

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

