

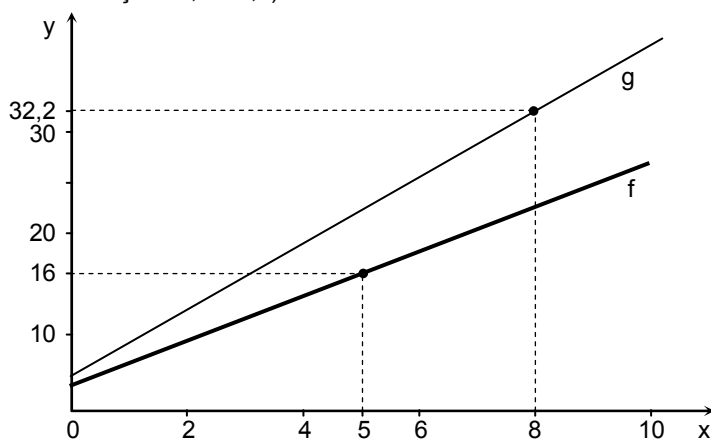
MATEMÁTICA

01. O preço pago por uma corrida de táxi normal consiste de uma quantia fixa de R\$ 3,50, a bandeirada, adicionada de R\$ 0,25 por cada 100 m percorridos, enquanto o preço pago por uma corrida de táxi especial consiste de uma quantia fixa de R\$ 4,20 adicionada de R\$ 0,35 por cada 100 m percorridos. Seja $f(x)$ o preço pago, em reais, por uma corrida de x km no táxi normal e $g(x)$ o preço pago, em reais, por uma corrida de x km no táxi especial. Analise as afirmações seguintes referentes a esta situação.

0-0) $f(10) = 28,50$ reais

1-1) $g(20) = 74,20$ reais

- 2-2) Os gráficos de $f(x)$ e $g(x)$, para $0 \leq x \leq 10$, estão esboçados a seguir (são, respectivamente, as semi-retas com origem nos pontos $(0, 3,5)$ e $(0, 4,2)$ e com inclinações 2,5 e 3,5)



- 3-3) Para qualquer corrida, o preço do táxi especial é 30% mais caro que o táxi normal.

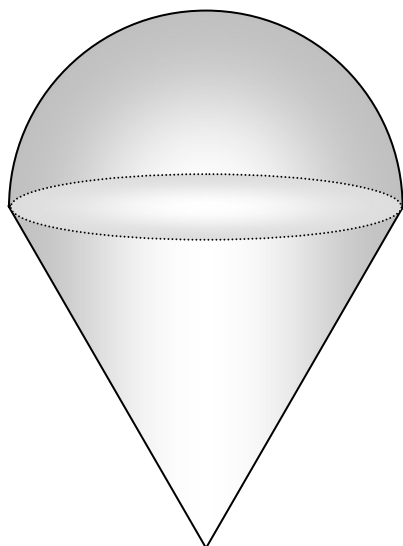
4-4) $g(x) - f(x) = 0,7 + x$.

Resposta: VVVFV

Justificativa:

Temos $f(x) = 3,5 + 2,5 \cdot x$ e $g(x) = 4,2 + 3,5 \cdot x$. Segue que $f(10) = 28,50$ reais e $g(20) = 74,20$. Temos $g(10) = 39,20$ reais e $g(10)/f(10) = 1,3754$, logo o preço de uma corrida de 10km no táxi especial é superior em 37,54% à mesma corrida no táxi normal. Os gráficos de $f(x)$ e $g(x)$ para $x \geq 0$ são semi-retas passando por $(0, 3,5)$ e $(0, 4,2)$ e com inclinações 2,5 e 3,5, respectivamente. $g(x) - f(x) = 0,7 + x$.

02. O sólido ilustrado abaixo é limitado por um hemisfério e um cone. Sejam r o raio do hemisfério (que é igual ao raio da base do cone) e h a altura do cone. Acerca dessa configuração, analise a veracidade das afirmações seguintes:



- 0-0) se $h = 2r$ o volume do hemisfério e o do cone serão iguais.
 1-1) se $h = 2r$ a área lateral do cone será igual a área do hemisfério (sem incluir o círculo da base).
 2-2) mantendo o valor de h e duplicando o valor de r o volume total duplicará.
 3-3) duplicando os valores de h e r a área total do sólido ficará multiplicada por quatro.
 4-4) para $r = 3$ e $h = 4$, a área total do sólido é 33π .

Resposta: **VFFVV**

Justificativa:

Se $h = 2r$ o volume do cone será $\pi r^2(2r)/3 = 2\pi r^3/3$ e o volume do hemisfério será $2\pi r^3/3$. Se $h = 2r$, a área lateral do cone será $\pi r \sqrt{(2r)^2 + r^2} = \pi r^2 \sqrt{5}$ e a do hemisfério será $2\pi r^2$. Duplicando o valor de r e mantendo o de h , o volume do cone quadruplicará, mas o volume do hemisfério ficará multiplicado por oito. Duplicando os valores de r e de h , a área da superfície do sólido quadruplicará. Para $r = 3$ e $h = 4$, a área da superfície do sólido será $2\pi \cdot 3^2 + \pi \cdot 3 \cdot \sqrt{3^2 + 4^2} = 33\pi$.

- 03.** Suponha que seu nutricionista recomendou que você tomasse 350mg de vitamina C, 4200 UI de vitamina A e 500 UI de vitamina D. Cada unidade de suplemento X, Y e Z contém as quantidades indicadas na tabela abaixo das vitaminas C, A e D:

	X	Y	Z
Vitamina C	50 mg	100 mg	50 mg
Vitamina A	1000 UI	200 UI	500 UI
Vitamina D	100 UI	200 UI	0 UI

Admitindo essas informações analise as afirmações abaixo:

- 0-0) para atender corretamente às recomendações de seu nutricionista você pode utilizar: três unidades do suplemento x, uma unidade do suplemento y e duas unidades do suplemento z.
 1-1) para atender corretamente às recomendações de seu nutricionista você pode utilizar: duas unidades de cada um dos suplementos.
 2-2) é impossível atender às recomendações do nutricionista usando os suplementos X, Y e Z.
 3-3) para atender corretamente às recomendações de seu nutricionista você pode utilizar: seis unidades dentre os suplementos X, Y e Z, escolhidas como desejar.

4-4) é possível atender às recomendações do nutricionista de infinitas maneiras diferentes.

Resposta: VFFFF

Justificativa:

Sejam x , y e z o número de suplementos respectivos de X, Y e Z necessários para atender as recomendações do nutricionista. Temos

$$\begin{cases} 50x + 100y + 50z = 350 \\ 1000x + 200y + 500z = 4200 \\ 100x + 200y + 0z = 500 \end{cases}$$

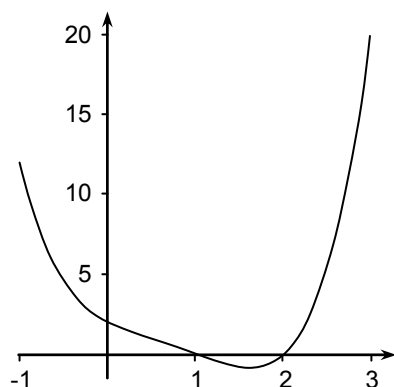
Simplificando as equações obtemos

$$\begin{cases} x + 2y + z = 7 \\ 10x + 2y + 5z = 42 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

Subtraindo a terceira igualdade da primeira obtemos $z = 7 - 5 = 2$. Substituindo $x = 5 - 2y$ e $z = 2$ na segunda equação obtemos $10(5 - 2y) + 2y + 10 = 42$ e $y = 1$.

04. O gráfico da função real f dada por

$f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ com a , b , c e d constantes reais está esboçado a seguir.



Se o gráfico passa pelos pontos $(1, 0)$, $(2, 0)$, $(0, 2)$ e $(-1, 12)$ é correto afirmar que:

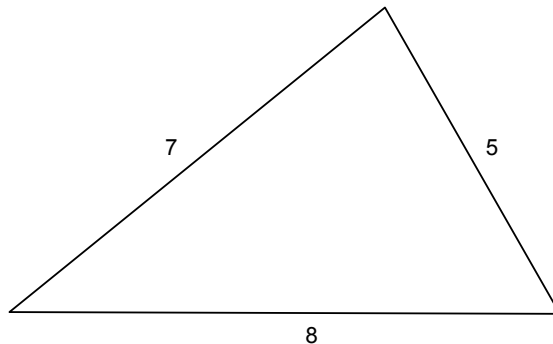
- 0-0) $f(x)$ é divisível por $x^2 - 3x + 2$.
- 1-1) $f(x)$ é múltiplo de $x^2 + 1$.
- 2-2) $f(x)$ admite quatro raízes reais.
- 3-3) A soma das raízes de $f(x)$ é 3.
- 4-4) O produto das raízes de $f(x)$ é 2.

Resposta: VVFVV

Justificativa:

1 e 2 são raízes de $f(x)$, logo $f(x)$ é divisível por $(x - 1)(x - 2) = x^2 - 3x + 2$. $f(0) = d = 2$ Dividindo $f(x)$ por $x^2 - 3x + 2$ obtemos $f(x) = (x^2 - 3x + 2)(x^2 + rx + s)$ e $f(0) = 2s$ e $s = 1$. $f(-1) = 6(1 - r + 1)$ e $r = 0$. Segue que $f(x)$ é divisível por $x^2 + 1$. $f(x)$ admite precisamente duas raízes reais. $f(x) = x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 2$. A soma das raízes de $f(x)$ é 3 e o produto das raízes é 2.

05. Sobre o triângulo, cujos lados medem 8, 7 e 5, podemos afirmar que:



0-0) um dos ângulos internos do triângulo mede 60° .

1-1) o maior dos ângulos internos mede mais que o dobro da medida do menor dos ângulos internos do triângulo.

2-2) a área deste triângulo é 17,5.

3-3) o triângulo é obtusângulo;

4-4) o menor dos ângulos internos tem seno igual a $\frac{5\sqrt{3}}{14}$.

Resposta: : VVFFV

Justificativa:

Supondo que $AB = 5$, $AC = 7$ e $BC = 8$; e denominando α , β e γ os ângulos, respectivamente, dos vértices A, B e C. Usando lei dos cossenos temos:

$$\cos \alpha = \frac{1}{7}, \cos \beta = \frac{1}{2} \text{ e } \cos \gamma = \frac{11}{14}. \text{ O ângulo } \beta \text{ mede } 60^\circ.$$

$\cos 2\gamma = 2\cos^2 \gamma - 1 = \frac{23}{98} > \frac{1}{7} = \cos \alpha$, como a função cosseno é decrescente no 1° quadrante, temos que $\alpha > 2\gamma$.

Todos os cossenos são positivos, logo os ângulos são todos agudos. Como a área de um triângulo é

$$S = \frac{1}{2} \overline{AB} \cdot \overline{AC} \cdot \sin \alpha < 17,5, \text{ pois, } \sin \alpha < 1. \sin \gamma = \sqrt{1 - (\cos \gamma)^2} = \frac{5\sqrt{3}}{14}$$

06. Em uma escolinha de futebol, a razão entre o número total de alunos e o número de meninas é $13/5$. Se o número de meninos da escola é 120, quantas são as meninas?

Resposta: 75

Justificativa:

A razão entre o número de meninos e o de meninas na escola é $13/5 - 1 = 8/5$. Portanto, o número de meninas é $120.5/8 = 75$.

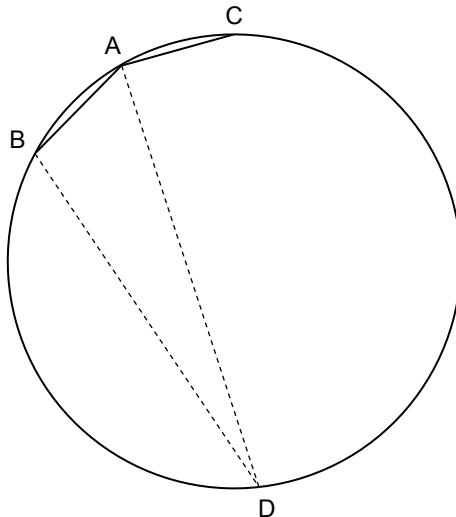
07. Suponha que: a probabilidade de cada pessoa, de um grupo de quatro pessoas, ser aprovada no vestibular seja de 60%. Calcule a probabilidade percentual de, exatamente, duas das quatro pessoas serem aprovadas no vestibular e indique a soma de seus dígitos.

Resposta: 18

Justificativa:

As duas pessoas podem ser escolhidas, do grupo de quatro, de $4.3/2 = 6$ maneiras diferentes. A probabilidade percentual de duas pessoas escolhidas ao acaso no grupo passarem no vestibular é $6.0,6^2.0,4^2 \cdot 100 = 34,56\%$.

08. Sejam AB e AC cordas de mesma medida em uma circunferência e D um ponto no arco maior BC, conforme ilustração abaixo. Se o ângulo BAC mede 150° assinale a medida, em graus, do ângulo BDA.



Resposta: 15

Justificativa:

A medida do arco AB é $180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$ e a medida do ângulo inscrito BDA é $30^\circ/2 = 15^\circ$.

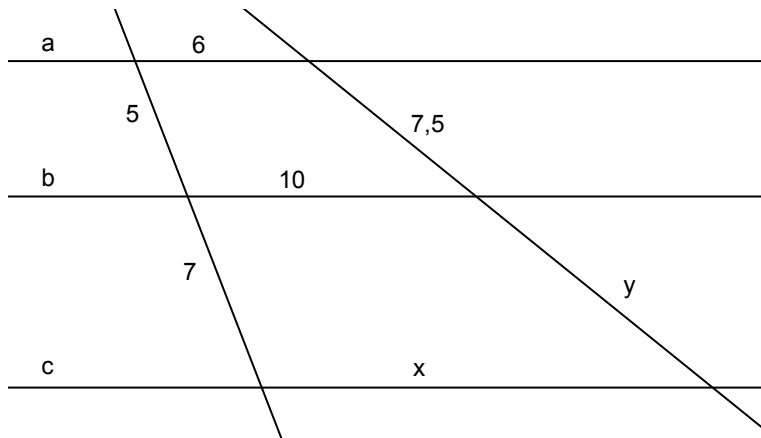
09. Oito rapazes e doze moças concorrem ao sorteio de dois prêmios. Serão sorteadas duas dessas pessoas, aleatoriamente, em duas etapas, de modo que o sorteado na primeira etapa concorrerá ao sorteio na segunda etapa. Qual a probabilidade percentual de ser sorteado um par de pessoas de sexos diferentes?

Resposta: 48

Justificativa:

A probabilidade de ser sorteado um rapaz no primeiro sorteio e uma moça no segundo (ou uma moça no primeiro sorteio e um rapaz no segundo) é $8/20 \cdot 12/20 = 24/100$. A probabilidade percentual de ser sorteado um par de pessoas de sexos diferentes é $2 \cdot 24/100 \cdot 100 = 48\%$.

10. Na ilustração a seguir, as retas a, b e c são paralelas.



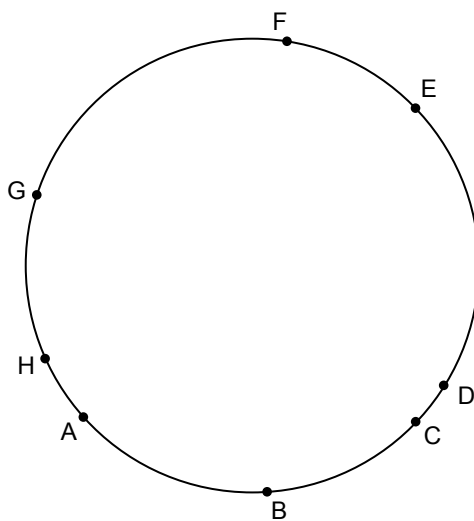
Assinale o inteiro mais próximo de $x + y$.

Resposta: 26

Justificativa:

Temos, usando o teorema de Tales, que $5/7 = 7,5/y$ e $y = 10,5$ e também que $4/(x - 6) = 7,5/18$ e $x = 15,6$.

11. São dados os 8 pontos A, B, C, D, E, F, G e H sobre uma circunferência, como na figura abaixo. De quantas maneiras podem-se formar triângulos com vértices nesses pontos?



Resposta: 56

Justificativa:

Para cada três pontos escolhidos tem-se um triângulo diferente. O número de maneiras de escolher 3 pontos de um conjunto com 8 pontos é $C_8^3 = 56$.

- 12.** Cinco números distintos A, B, C, 21 e D estão, nesta ordem, em progressão aritmética, de modo que ao eliminarmos C e 21, temos uma progressão geométrica; determine a soma dos cinco números.

Resposta: 75

Justificativa:

Se r é a razão da PA, partindo do termo 21, temos: $A = 21 - 3r$, $B = 21 - 2r$ e $D = 21 + r$.

Como A, B e D estão em PG: $A \times D = B^2$; $(21 - 3r)(21 + r) = (21 - 2r)^2$; $7r^2 - 42r = 0$, $r \neq 0$ pois os números são distintos, logo $r = 6$; $A = 3$, $B = 9$, $C = 15$ e $D = 27$.

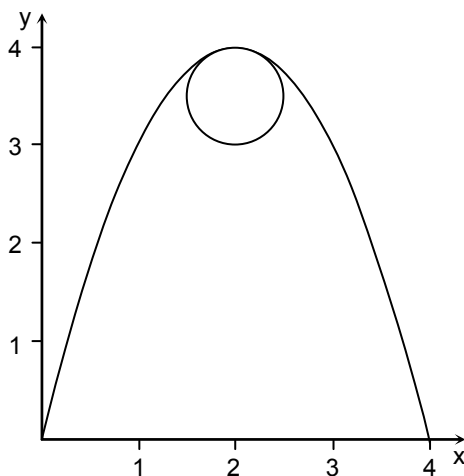
- 13.** Seja $f(x) = x^2 + 4x + 1$, com x sendo um número real. Seja R a região que consiste dos pontos (x, y) do plano que satisfazem $f(x) + f(y) \leq 10$. Indique o inteiro mais próximo da área de R. Dado: use a aproximação $\pi \approx 3,14$.

Resposta: 50

Justificativa:

A região consiste dos pontos (x, y) tais que $x^2 + 4x + 1 + y^2 + 4y + 1 \leq 10$. Completando os quadrados obtemos $(x + 2)^2 + (y + 2)^2 \leq 16$. Assim, R é o círculo com centro no ponto $(-2, -2)$ e raio 4 cuja área mede $\pi \cdot 4^2 \approx 50,24$.

- 14.** A figura abaixo ilustra a parábola com equação $y = -x^2 + 4x$ e uma circunferência de raio r e centro $(2, a)$. O único ponto comum a ambas é o vértice da parábola. O gráfico da circunferência está entre o eixo das abscissas e o gráfico da parábola, exceto pelo ponto comum à circunferência. Assinale $a + r$.



Resposta: 04

Justificativa:

A equação da parábola é $y - 4 = -(x - 2)^2$ e o vértice é o ponto (2, 4). A circunferência tem equação $(x-2)^2 + (y-a)^2 = r^2$. Substituindo $x = 2$ e $y = 4$ na equação da circunferência obtemos $(4 - a)^2 = r^2$ e daí $4 - a = \pm r$. Segue que $a + r = 4$, pois $a < 4$.

- 15.** Indique o valor do natural n , $n > 0$, para o qual o polinômio $n^2x^{2n+1} - 25nx^{n+1} + 150x^{n-1}$ é divisível pelo polinômio $x^2 - 1$.

Resposta: 10

Justificativa:

O polinômio só será divisível por $x^2 - 1$ se tiver 1 e -1 como raízes. Assim, substituindo $x = 1$, obtemos $n^2 - 25n + 150 = 0$ que tem raízes $n = 10$ e $n = 15$. Substituindo $x = -1$ e $n = 10$ obtemos $-100 + 250 - 150 = 0$ e substituindo $x = -1$ e $n = 15$ obtemos $-225 - 375 + 150 = -450$. O único valor aceitável de n é 10.

- 16.** Se a é um número real e o número complexo $\frac{a - 5i}{5 - i}$ é real, qual o valor de a ?

Resposta: 25

Justificativa:

Temos

$$\frac{a - 5i}{5 - i} = \frac{(a - 5i)(5 + i)}{(5 + i)(5 - i)} = \frac{5a + 5}{26} + \frac{(a - 25)i}{26}$$

que será real se $a - 25 = 0$ ou $a = 25$.

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

