

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

Nome completo do aluno

Endereço completo do aluno (Rua, Av., nº)

Complemento

Bairro

Cidade

UF

CEP

Endereço eletrônico (email)

DDD

Telefone

Assinatura

DDD

Telefone (outro)

Parabéns pelo seu desempenho na 1ª Fase da OBMEP. É com grande satisfação que contamos agora com sua participação na 2ª Fase. Desejamos que você faça uma boa prova e que ela seja um estímulo para aumentar seu gosto e sua alegria em estudar Matemática.

Um abraço da Equipe da OBMEP!

Preencha
e confira
os dados
acima com
muita atenção!

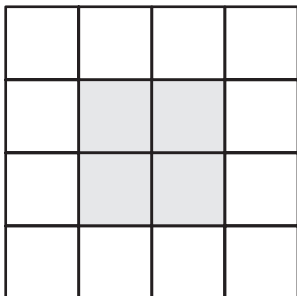
INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao fiscal imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões.
8. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
9. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta.
10. Não é permitido comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador.
11. Não escreva nos espaços sombreados.

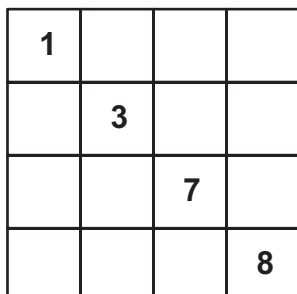
	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional
	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional

1. Em cada casa de um quadriculado 4×4 deve ser colocado um dos números 1, 3, 7 e 8, de modo que em cada linha, coluna ou diagonal apareçam os quatro números.

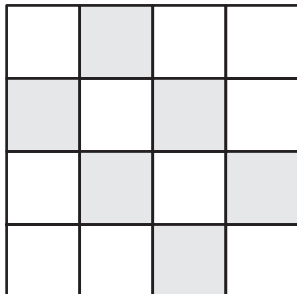
a) Qual é a soma dos números nos quatro quadradinhos centrais quando o quadriculado é preenchido de acordo com o enunciado?

Correção
RegionalCorreção
Nacional

b) Suponha que 1, 3, 7 e 8 sejam colocados na diagonal, como na figura. De quantas maneiras é possível completar o quadriculado de acordo com o enunciado?

Correção
RegionalCorreção
Nacional

c) Qual é o maior valor possível para a soma dos números que aparecem nas casas cinzentas quando o quadriculado é preenchido de acordo com o enunciado?

Correção
RegionalCorreção
Nacional

TOTAL

Correção
RegionalCorreção
Nacional

2. Começando com qualquer número natural não nulo é sempre possível formar uma sequência de números que termina em 1, seguindo repetidamente as instruções abaixo:

- se o número for ímpar, soma-se 1;
- se o número for par, divide-se por 2.

Por exemplo, começando com o número 21, forma-se a seguinte sequência:

$$21 \rightarrow 22 \rightarrow 11 \rightarrow 12 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$$

Nessa sequência aparecem nove números; por isso, dizemos que ela tem *comprimento* 9. Além disso, como ela começa com um número ímpar, dizemos que ela é uma *sequência ímpar*.

a) Escreva a sequência que começa com 37.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Existem três sequências de comprimento 5, sendo duas pares e uma ímpar. Escreva essas sequências.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

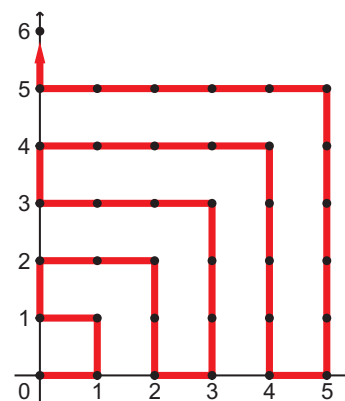
c) Quantas são as sequências pares e quantas são as sequências ímpares de comprimento 6? E de comprimento 7?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

d) Existem ao todo 377 sequências de comprimento 15, sendo 233 pares e 144 ímpares. Quantas são as sequências de comprimento 16? Dessas, quantas são pares? Não se esqueça de justificar sua resposta.

TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional
	Correção Regional	Correção Nacional

3. A linha poligonal da figura parte da origem e passa por todos os pontos do plano que têm coordenadas inteiras não negativas, de acordo com o padrão indicado. A unidade de comprimento nos eixos é 1 cm. O comprimento da poligonal da origem até um ponto (a,b) é chamado de *lonjura* de (a,b) ; por exemplo, a lonjura de $(1,2)$ é 5 cm.



a) Determine a lonjura dos pontos $(3,2)$ e $(0,4)$.

Correção Regional
Correção Nacional

b) Quantos pontos de coordenadas inteiras estão contidos no interior e nos lados do quadrado cujos vértices são $(0,0)$, $(n,0)$, (n,n) e $(0,n)$?

Correção Regional
Correção Nacional

c) Explique por que a lonjura do ponto (n,n) é $n^2 + n$.

Correção Regional
Correção Nacional

d) Qual é o ponto cuja lonjura é 425?

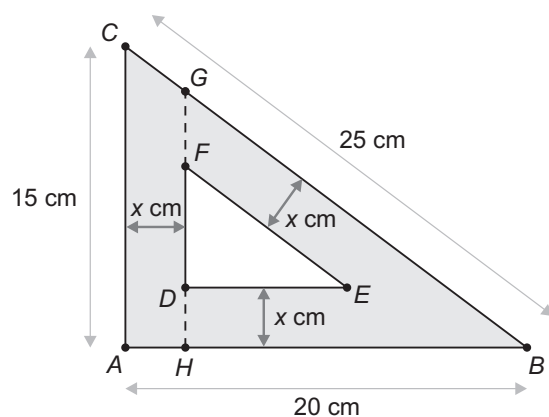
Correção Regional
Correção Nacional

TOTAL

Correção Regional
Correção Nacional

4. Na figura, os lados do triângulo DEF são paralelos aos lados do triângulo retângulo ABC . Os pontos H , D , F e G estão alinhados e $0 \leq x \leq 5$.

a) Calcule o comprimento de GH em função de x .



Correção
Regional

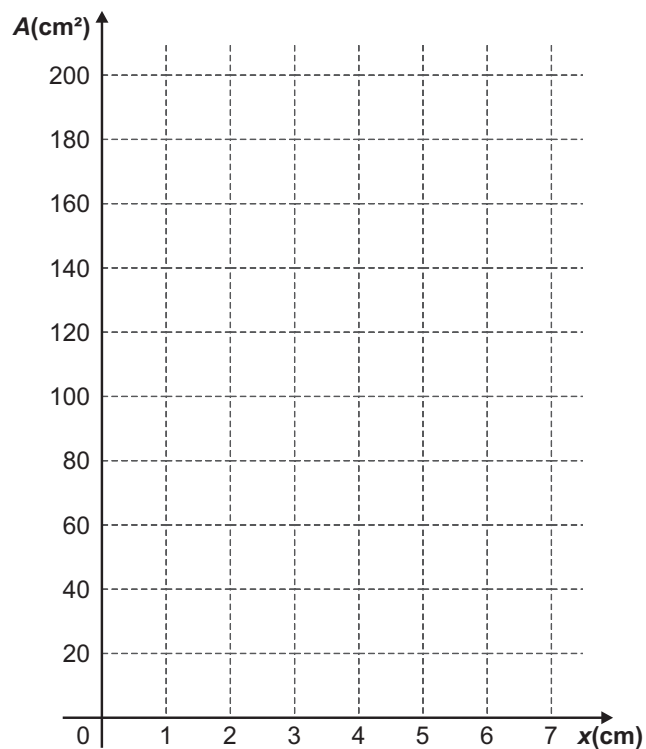
Correção
Nacional

b) Mostre que $CG = FG = \frac{5x}{4}$ cm.

Correção
Regional

Correção
Nacional

c) Faça o gráfico da área A do triângulo DEF em função de x .



Correção
Regional

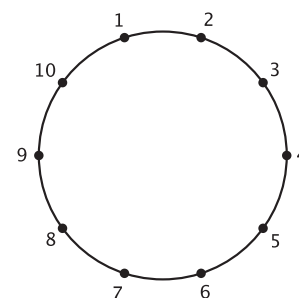
Correção
Nacional

TOTAL

Correção
Regional

Correção
Nacional

5. Em uma caixa há 10 bolas idênticas, numeradas de 1 a 10. O número de cada bola corresponde a um dos pontos da figura, os quais dividem a circunferência em 10 partes iguais. Nos itens a seguir, considere que as bolas são retiradas ao acaso, uma a uma e sem reposição.



a) Se forem retiradas duas bolas, qual é a probabilidade de que o segmento determinado pelos pontos correspondentes seja um diâmetro da circunferência?

Correção Regional

Correção Nacional

b) Se forem retiradas três bolas, qual é a probabilidade de que os pontos correspondentes sejam vértices de um triângulo retângulo?

Um ângulo inscrito em uma circunferência é reto se e somente se o arco correspondente é uma semicircunferência.

Correção Regional

Correção Nacional

c) Se forem retiradas quatro bolas, qual é a probabilidade de que os pontos correspondentes sejam vértices de um retângulo?

Correção Regional

Correção Nacional

TOTAL

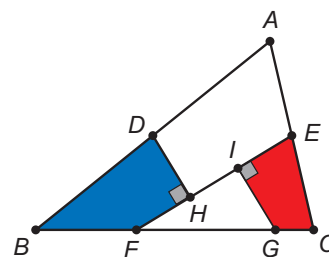
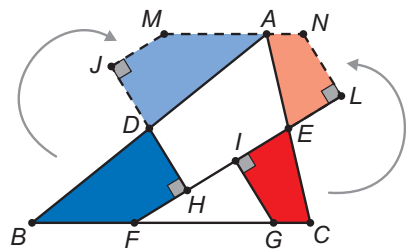
Correção Regional

Correção Nacional

6. Em todas as figuras desta questão, vemos um triângulo ABC dividido em quatro partes;

nesses triângulos, D é ponto médio de AB , E é ponto médio de AC e FG mede $\frac{1}{2}BC$.

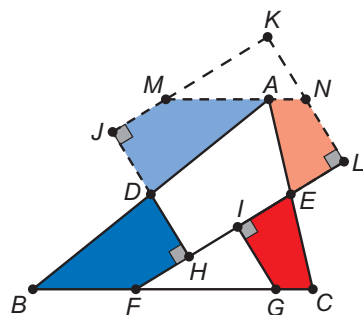
a) Os quadriláteros $DJMA$ e $ELNA$ são obtidos girando de 180° os quadriláteros $DHFB$ e $EIGC$ em torno de D e E , respectivamente. Explique por que os pontos M , A e N estão alinhados, ou seja, por que a medida do ângulo $M\hat{A}N$ é igual a 180° .



Correção
Regional

Correção
Nacional

b) Na figura, o ponto K é a interseção das retas JM e LN . Explique por que os triângulos FGI e MNK são congruentes.



Correção
Regional

Correção
Nacional

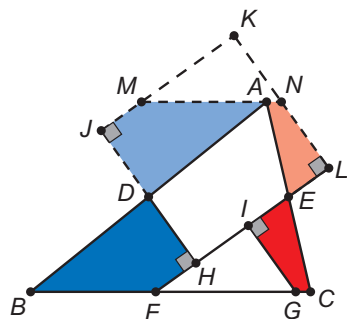
Os itens acima mostram que $HJKL$ é um retângulo formado com as quatro partes em que o triângulo ABC foi dividido.

c) Mostre que $LH = EF$.

Correção
Regional

Correção
Nacional

d) Na figura o triângulo ABC tem área 9 e $HJKL$ é um quadrado. Calcule o comprimento de EF .



Correção
Regional

Correção
Nacional

TOTAL

Correção
Regional

Correção
Nacional

RASCUNHO

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

