

2ª Etapa

MATEMÁTICA “B”



UNIVERSIDADE
FEDERAL DE
MINAS GERAIS

SÓ ABRA QUANDO AUTORIZADO.

Leia atentamente o CARTAZ sobre ELIMINAÇÃO AUTOMÁTICA, afixado na parede da sala, à sua frente, e as instruções que se seguem.

- 1 - Este Caderno de Prova contém **seis** questões, que ocupam um total de **nove** páginas, numeradas de 3 a 11.
Antes de começar a resolver as questões, verifique se seu Caderno está **completo**.
Caso haja algum problema, solicite a **substituição** deste Caderno.
- 2 - Esta prova vale **125** pontos, assim distribuídos:
 - Questões 01, 02, 03, 04 e 05: **20** pontos cada uma.
 - Questão 06: **25** pontos.
- 3 - **NÃO escreva seu nome nem assine nas folhas deste Caderno de Prova.**
- 4 - Leia cuidadosamente cada questão proposta e escreva a solução, **A LÁPIS**, nos espaços correspondentes. **Só será corrigido o que estiver dentro desses espaços.**
NÃO há, porém, obrigatoriedade de preenchimento **total** desses espaços.
- 5 - **NÃO serão consideradas respostas sem exposição de raciocínio.**
- 6 - Não escreva nos espaços reservados à correção.
- 7 - **Ao terminar a prova**, chame a atenção do Aplicador, **levantando o braço**. Ele, então, irá até você para **recolher** seu **CADERNO DE PROVA**.

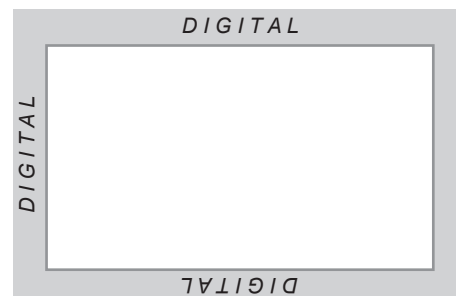
ATENÇÃO: Os Aplicadores **NÃO** estão autorizados a dar quaisquer explicações **sobre** questões de provas. **NÃO INSISTA**, pois, em pedir-lhes ajuda.

FAÇA LETRA LEGÍVEL.

Duração desta prova: **TRÊS HORAS.**

ATENÇÃO: Terminada a prova, recolha seus objetos, deixe a sala e, em seguida, o prédio. A partir do momento em que sair da sala e até estar fora do prédio, continuam válidas as proibições ao uso de aparelhos eletrônicos e celulares, bem como não lhe é mais permitido o uso dos sanitários.

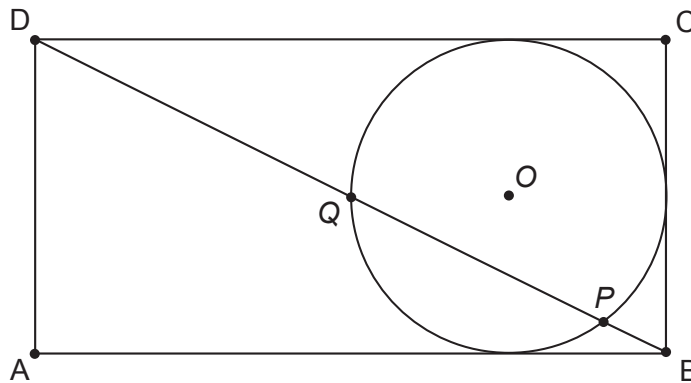
Impressão digital do
polegar direito



COLE AQUI A ETIQUETA

QUESTÃO 01

Nos séculos XVII e XVIII, foi desenvolvida no Japão uma forma particular de produzir matemática. Um dos hábitos que a população adotou foi o de afixar em templos placas contendo problemas, em geral de geometria. Essas placas, conhecidas como *sangaku*, apresentavam o problema com ilustrações e a resposta, sem registrar a solução dos autores. O seguinte problema foi adaptado de um desses *sangakus*: considere $ABCD$ um retângulo com $AB=160$ e $AD=80$; tome uma circunferência de centro O tangente aos lados AB , BC e CD do retângulo, e seja BD uma de suas diagonais, interceptando a circunferência nos pontos P e Q .



Considerando essas informações,

1. **DETERMINE** o raio QO da circunferência.

2. **DETERMINE** o comprimento do segmento PQ .



QUESTÃO 02

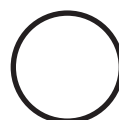
O lucro bruto de uma empresa é a diferença entre a receita obtida com as vendas e o custo de produção. Um determinado fabricante de cerveja só vende latas cilíndricas de alumínio, fechadas, cheias de cerveja, com 12 cm de altura e 3 cm de raio. O custo da produção de certo número de latas cheias de cerveja é de 1 real por litro de cerveja e mais p reais por metro quadrado de alumínio utilizado na fabricação das latas. A receita da empresa por cada litro de cerveja vendido é de dois reais por litro.

Considerando estas informações,

1. **DETERMINE** a receita gerada pela venda de cada lata de cerveja.

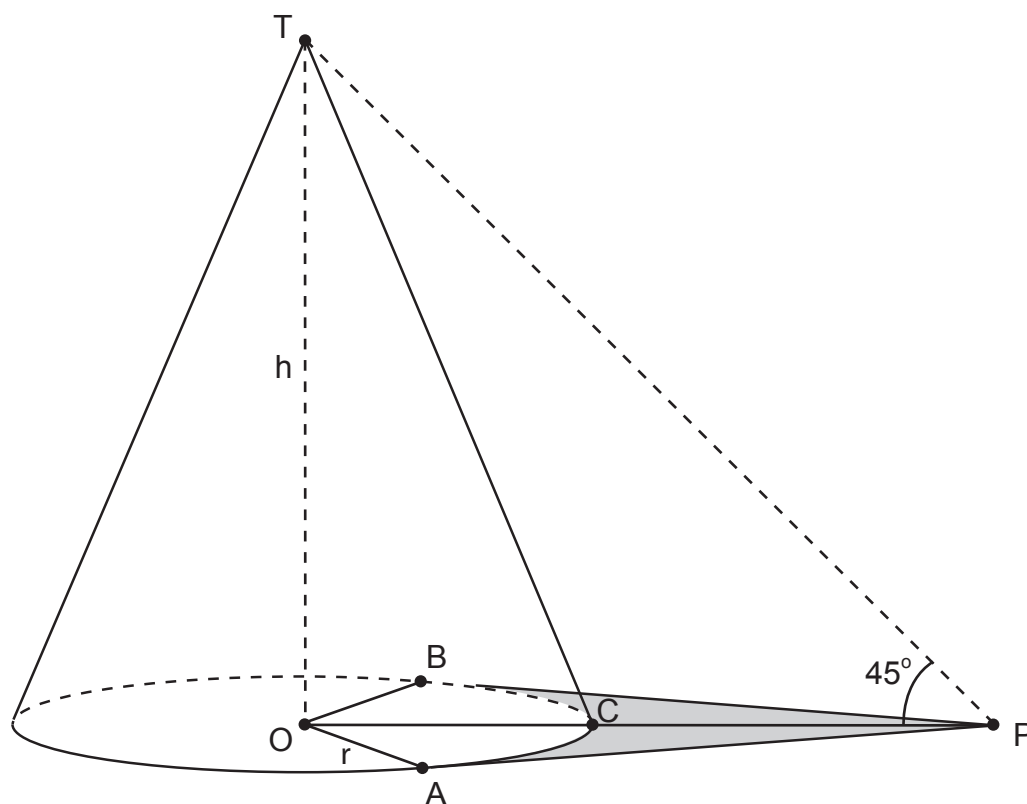
2. **DETERMINE** o custo total de produção de cada lata de cerveja em função de p .

3. **DETERMINE** o valor máximo do preço p do alumínio para que o fabricante não tenha prejuízo.



QUESTÃO 03

Um cone circular reto de raio $r = \sqrt{3}$ e altura $h = 2\sqrt{3}$ é iluminado pelo sol a um ângulo de 45° , como ilustrado a seguir.



A sombra projetada pelo cone é delimitada pelos segmentos PA e PB , tangentes ao círculo da base do cone nos pontos A e B , respectivamente.

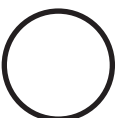
Com base nessas informações,

1. **DETERMINE** a distância de P ao centro O do círculo.



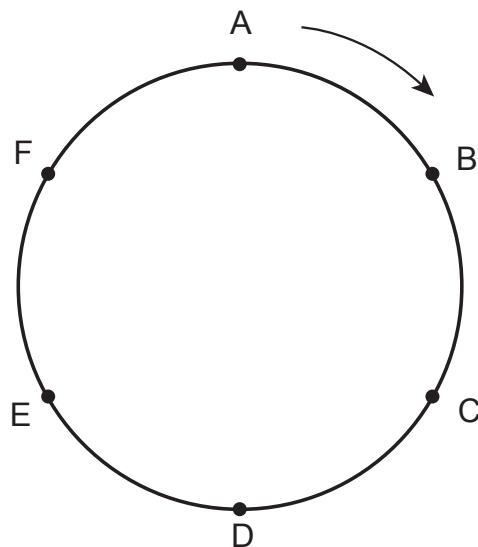
2. **DETERMINE** o ângulo $\widehat{AOB}$.

3. **DETERMINE** a área da sombra projetada pelo cone.



QUESTÃO 04

Sobre uma pista circular de ciclismo existem 6 pontos de observação igualmente espaçados, indicados com as letras A, B, C, D, E e F. Dada a largada de uma corrida, dois ciclistas partem do ponto A e percorrem a pista no sentido da seta, como indicado na figura abaixo. Um deles completa uma volta a cada 5 minutos, e o outro, mais lento, completa uma volta a cada 8 minutos. As velocidades dos ciclistas são constantes.



Considerando essas informações,

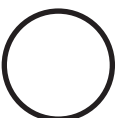
1. **DETERMINE** em qual dos pontos de observação os dois ciclistas irão se encontrar pela **primeira** vez depois da largada.



2. Um cronômetro zerado é ligado no momento da largada e é desligado assim que os dois ciclistas se encontram pela **segunda** vez.

DETERMINE os minutos e segundos mostrados pelo cronômetro neste instante.

3. **DETERMINE** em qual dos pontos de observação os dois ciclistas irão se encontrar pela **oitava** vez depois da largada.



QUESTÃO 05

Dois robôs, A e B, trafegam sobre um plano cartesiano. Suponha que no instante t suas posições são dadas pelos pares ordenados $s_A(t) = (t, -t^2 + 3t + 10)$ e $s_B(t) = (t, 2t + 9)$, respectivamente.

Sabendo que os robôs começam a se mover em $t = 0$,

1. **DETERMINE** o instante t em que o robô A se chocará com o robô B.

2. Suponha que haja um terceiro robô C cuja posição é dada por $s_C(t) = (t, kt + 11)$, em que k é um número real positivo.

DETERMINE o maior valor de k para que a trajetória do robô C intercepte a trajetória do robô A.

QUESTÃO 06

Considere o seguinte sistema linear nas incógnitas x e y

$$\begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ 6x + ay = 3 \end{cases}$$

Observando-se que o coeficiente de y na segunda equação é um parâmetro a ,

1. **DETERMINE** para quais valores de a o sistema tem solução.

2. **DETERMINE** as soluções x e y em função do parâmetro a , caso o sistema tenha solução.

3. **DETERMINE** todos os valores de a para os quais o sistema tenha como solução números **inteiros** x e y .





Questões desta prova podem ser reproduzidas para uso pedagógico, sem fins lucrativos, desde que seja mencionada a fonte: **Vestibular 2013 UFMG**. Reproduções de outra natureza devem ser autorizadas pela Copeve/UFMG.

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

