

31. O valor da soma $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ é:

- A) 5
- B) 4
- C) 3
- D) 2
- E) 1

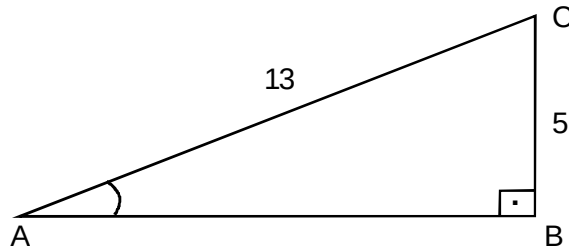
Questão 31, alternativa D

Esta questão exige do candidato o conhecimento de soma de frações com denominadores diferentes.

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} + \frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6+3+2+1}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

32. Na figura ao lado, o triângulo ABC é retângulo em B. O cosseno do ângulo BÂC é:

- A) $\frac{12}{13}$
- B) $\frac{11}{13}$
- C) $\frac{10}{13}$
- D) $\frac{6}{13}$
- E) $\frac{1}{13}$



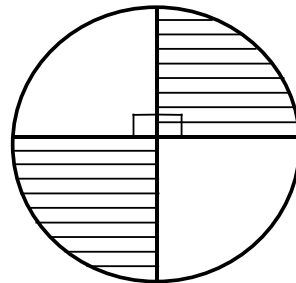
Questão 32, alternativa A

A questão visa medir o conhecimento das relações trigonométricas no triângulo retângulo bem como a Relação de Pitágoras.

Temos $AB = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$, de modo que $\cos B\hat{A}C = \frac{AB}{AC} = \frac{12}{13}$

33. Na figura ao lado, a razão entre o perímetro da região hachurada e o perímetro da circunferência é:

- A) $\frac{1}{3}$
- B) $\frac{\pi + 4}{4\pi}$
- C) $\frac{\pi}{4}$
- D) $\frac{\pi + 4}{2\pi}$
- E) 2



Questão 33, alternativa D

Exige do candidato o conhecimento do conceito de perímetro de uma figura e de perímetro de uma circunferência em função do raio.

O perímetro da região hachurada é $4R + \pi R$ e o perímetro da circunferência é

$2\pi R$, onde R é o raio da circunferência. Logo a razão é $\frac{4R + \pi R}{2\pi R} = \frac{4 + \pi}{2\pi} = \frac{\pi + 4}{2\pi}$.

34. Numa sala há 100 pessoas, das quais 97 são homens. Para que os homens representem 96% das pessoas contidas na sala, deverá sair que número de homens?

- A) 2
- B) 5
- C) 10
- D) 15
- E) 25

Questão 34, alternativa E

Requer do candidato a noção de porcentagem bem como a habilidade em traduzir as informações em equações matemáticas.

Se x homens saem da sala, restam $100 - x$ pessoas, das quais $97 - x$ são homens. Então, $97 - x$

equivale a 96% de $100 - x$. Logo, $97 - x = \frac{96}{100}(100 - x)$ ou $9700 - 100x = 9600 - 96x$, donde

se conclui que $100 = 4x$ ou $x = 25$.

35. O valor exato de $\sqrt{32 + 10\sqrt{7}} + \sqrt{32 - 10\sqrt{7}}$ é:

- A) 12
- B) 11
- C) 10
- D) 9
- E) 8

Questão 35, alternativa C

Visa medir a habilidade do candidato em manipular expressões numéricas envolvendo radicais e o conhecimento de produtos notáveis fundamentais.

1ª Solução: Pondo $x = \sqrt{32+10\sqrt{7}} + \sqrt{32-10\sqrt{7}}$, temos $x > 0$ e

$$x^2 = \left(\sqrt{32+10\sqrt{7}} + \sqrt{32-10\sqrt{7}} \right)^2$$

$$x^2 = 32+10\sqrt{7} + 2\sqrt{32+10\sqrt{7}} \cdot \sqrt{32-10\sqrt{7}} + 32-10\sqrt{7}$$

$$x^2 = 64 + 2\sqrt{1024 - 700}$$

$$x^2 = 64 + 2\sqrt{324} = 100$$

Como x é positivo, então, $x = 10$.

2ª Solução: Observando que $32 = 5^2 + 7$, então,

$$32+10\sqrt{7} = 5^2 + 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{7} + 7 = (5 + \sqrt{7})^2$$

$$\text{Analogamente, } 32-10\sqrt{7} = (5 - \sqrt{7})^2.$$

$$\text{Portanto, } \sqrt{32+10\sqrt{7}} + \sqrt{32-10\sqrt{7}} = 5 + \sqrt{7} + 5 - \sqrt{7} = 10.$$

36. Sabendo que $i^2 = -1$ e que $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, o número complexo $\frac{\cos \theta + i \sin \theta}{\cos \theta - i \sin \theta}$ é igual a:

A) $\cos(2\theta) + i \sin(2\theta)$

B) $\frac{1+i}{1-i}$

C) $\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + i \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$

D) $\frac{1-i}{1+i}$

E) $\cos(\theta^2) + i \sin(\theta^2)$

Questão 36, alternativa A

Requer do candidato o conhecimento de noções básicas sobre números complexos: conjugado de um número complexo, relação de Euler.

Temos $\frac{\cos \theta + i \sin \theta}{\cos \theta - i \sin \theta} = \frac{e^{i\theta}}{e^{-i\theta}} = \frac{e^{i\theta} e^{i\theta}}{e^{-i\theta} e^{i\theta}} = \frac{e^{i2\theta}}{1} = e^{i2\theta} = \cos(2\theta) + i \sin(2\theta)$

37. Considere a reta r cuja equação é $y = 3x$. Se P_0 é o ponto de r mais próximo do ponto $Q(3,3)$ e d é a distância de P_0 a Q , então $d\sqrt{10}$ é igual a:
- A) 3
B) 4
C) 5
D) 6
E) 7

Questão 37, alternativa D

Noções básicas de geometria analítica plana: equação de uma reta, fórmula da distância de um ponto a uma reta.

A distância de um ponto $Q(m, n)$ à reta $ax + by + c = 0$ é dada pela fórmula:

$$d = \frac{|am + bn + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}. \text{ Aplicada ao ponto } Q(3, 3) \text{ e à reta } 3x - y = 0, \text{ obtemos:}$$

$$d = \frac{|3 \cdot 3 - 3|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{6}{\sqrt{10}}. \text{ Portanto } d\sqrt{10} = 6$$

38. O valor da soma $\log_{10} \frac{1}{2} + \log_{10} \frac{2}{3} + \log_{10} \frac{3}{4} + \dots + \log_{10} \frac{99}{100}$ é:
- A) 0
B) -1
C) -2
D) 2
E) 3

Questão 38, alternativa C

Requer do candidato o conhecimento de noções básicas sobre logaritmos e suas propriedades. Temos:

$$\begin{aligned} S &= \log_{10} \frac{1}{2} + \log_{10} \frac{2}{3} + \dots + \log_{10} \frac{99}{100} \\ &= \log_{10} \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{98}{99} \cdot \frac{99}{100} \right] \\ &= \log_{10} \frac{1}{100} = \log_{10} 10^{-2} = -2 \end{aligned}$$

39. Um poliedro convexo só tem faces triangulares e quadrangulares. Se ele tem 20 arestas e 10 vértices, então, o número de faces triangulares é:
- A) 12
 - B) 11
 - C) 10
 - D) 9
 - E) 8

Questão 39, alternativa E

A Fórmula de Euler para Poliedros Convexos afirma que $V + F = A + 2$, onde V é o número de vértices, F é o número de faces e A é o número de arestas. Como $A = 20$,

$V = 10$, então, $F = 12$. O poliedro tem 12 faces.

Se T é o número de faces triangulares e Q é o número de faces quadrangulares, então,

$T + Q = 12$ e $A = \frac{3T + 4Q}{2}$, pois cada face triangular contribui com 3 arestas, e cada

face quadrangular contribui com 4 arestas e cada aresta é comum a duas faces.

Portanto, temos o sistema de equações:

$$\begin{cases} T + Q = 12 \\ 3T + 4Q = 40 \end{cases} \quad \text{cuja solução é } T = 8 \text{ e } Q = 4$$

40. A soma dos inteiros que satisfazem a desigualdade $|x - 7| > |x + 2| + |x - 2|$ é:

- A) 14
- B) 0
- C) -2
- D) -15
- E) -18

Questão 40, alternativa E

Requer habilidade no trato com desigualdades, função módulo e apreciação de casos.
Consideremos os seguintes casos:

Caso I: $x < -2$; Caso II: $-2 \leq x < 2$; Caso III: $2 \leq x < 7$; Caso IV: $7 \leq x$

No **Caso I**

$$\begin{aligned} |x-7| &> |x+2| + |x-2| \\ -x+7 &> -x-2-x+2 \\ 7 &> -x \\ -7 &< x \end{aligned}$$

Logo $-7 < x < -2$, de modo que as soluções inteiras são $-6, -5, -4, -3$.

No **Caso II**

$$\begin{aligned} |x-7| &> |x+2| + |x-2| \\ -x+7 &> x+2-x+2 \\ 3 &> x \end{aligned}$$

A soluções inteiras são $-2, -1, 0, 1$.

No **Caso III**

$$\begin{aligned} |x-7| &> |x+2| + |x-2| \\ -x+7 &> x+2+x-2 \\ 7 &> 3x \\ x &< 7/3 \end{aligned}$$

A solução inteira é 2 .

No **Caso IV**

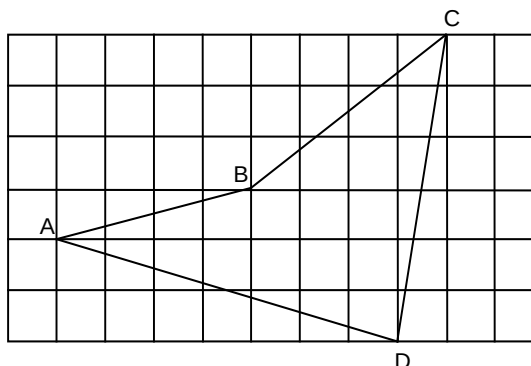
$$\begin{aligned} |x-7| &> |x+2| + |x-2| \\ x-7 &> x+2+x-2 \\ -7 &> x \end{aligned}$$

Não há soluções nesse caso.

A soma de todas as soluções inteiras é $-6-5-4-3-2-1+0+1+2 = -18$

41. Na figura ao lado, cada quadradinho da malha tem lado 1. A área do quadrilátero ABCD é:

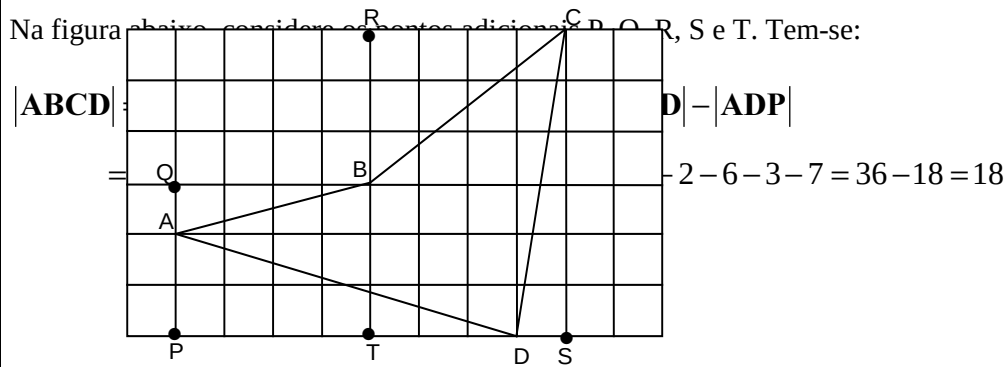
- A) 18
- B) 19
- C) 20
- D) 21
- E) 22



Questão 41, alternativa A

Área de retângulos e triângulos.

Na figura abaixo, considere os pontos adicionais Q, R, S e T. Tem-se:



42. O valor de **a** para que a igualdade matricial $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & \mathbf{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ seja verdadeira é:

- A) 1
- B) 2
- C) 0
- D) -2
- E) -1

Questão 42, alternativa B

Questão que exige apenas o conhecimento das operações básicas com matrizes.

$$\text{Temos } \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & \mathbf{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 + \mathbf{a} \\ 0 & -1 + \mathbf{a} \end{bmatrix}.$$

Por igualdade de matrizes, obtém-se:

$$-2 + \mathbf{a} = 0, \text{ donde segue que } \mathbf{a} = 2.$$

43. O número máximo de pontos de interseção entre 10 circunferências distintas é:

- A) 100
- B) 90
- C) 45
- D) 32
- E) 20

Questão 43, alternativa B

Conceitos básicos de contagem.

Duas circunferências distintas se cortam em, no máximo, dois pontos distintos.

Portanto, o número máximo de pontos de interseção de 10 circunferências distintas é:

$$2 \cdot C_{10,2} = 2 \cdot \binom{10}{2} = 2 \cdot \frac{10 \cdot 9}{2!} = 90$$

44. Considere a função $f(x) = \frac{cx}{dx+3}$, definida para todo número real x tal que $dx+3 \neq 0$, onde c e

d são constantes reais. Sabendo que $f(f(x)) = x$ e $f^{(5)}(3) = f(f(f(f(f(3))))) = -\frac{3}{5}$, podemos

afirmar que $c^2 + d^2$ é igual a:

- A) 5
- B) 25
- C) 61
- D) 113
- E) 181

Questão 44, alternativa B

Conceitos básicos sobre funções reais de uma variável real: domínio, conjuntos de valores, composição.

Da condição $f(f(x)) = x$, obtemos
$$\frac{c\left(\frac{cx}{dx+3}\right)}{d\left(\frac{cx}{dx+3}\right)+3} = x \quad \text{ou} \quad \left(\frac{c^2x}{dx+3}\right)\left(\frac{dx+3}{dcx+3dx+9}\right) = x \Rightarrow$$

$$c^2 = d(c+3)x+9$$

Como a última igualdade é válida para todo x tal que $dx+3 \neq 0$, temos $d(c+3) = 0$ e

$c^2 = 9$. Temos as possibilidades: (I) $d = 0$ e $c = 3$ ou (II) $c = -3$ e d qualquer.

A segunda condição do problema é $f^{(5)}(3) = -\frac{3}{5}$. Como $f^{(2)}(x) = x$, temos que

$f^{(5)}(x) = f(x)$, de modo que $f(3) = -\frac{3}{5}$. Se fosse $d = 0$ e $c = 3$, teríamos $f(x) = x$ e

$f(3) = -\frac{3}{5}$ não ocorreria. Logo, deve ser $c = -3$. Das igualdades $f(3) = \frac{-3 \cdot 3}{3d+3} = \frac{-3}{d+1}$

segue que $d = 4$. Portanto, $c^2 + d^2 = (-3)^2 + 4^2 = 25$.

OUTRA SOLUÇÃO: Da igualdade $f(f(3)) = 3$, obtemos

$$f^{(5)}(3) = f(3) = \frac{3c}{3d+3} = -\frac{3}{5}. \quad (I)$$

De $f(3) = -\frac{3}{5}$, obtemos $f\left(-\frac{3}{5}\right) = f(f(3)) = 3$. Logo,

$$\frac{-\frac{3}{5}c}{-\frac{3}{5}d+3} = 3 \quad (II)$$

De (I) e (II), obtemos o sistema de equações
$$\begin{cases} 15c + 9d = -9 \\ -3c + 9d = 45 \end{cases}$$
 cuja solução $c = -3$ e $d = 4$.

Portanto, $c^2 + d^2 = (-3)^2 + 4^2 = 25$

45. Se a expressão $\frac{2x+5}{4x^2-1} = \frac{a}{2x+1} + \frac{b}{2x-1}$, onde a e b são constantes, é verdadeira para todo

número real $x \neq \pm 1/2$, então o valor de $a+b$ é:

- A) -2
- B) -1
- C) 1
- D) 2
- E) 3

Questão 45, alternativa C

Requer conhecimento de fatoração de expressões algébricas.

$$\text{Temos } \frac{a}{2x+1} + \frac{b}{2x-1} = \frac{a(2x-1) + b(2x+1)}{(2x+1)(2x-1)} = \frac{2(a+b)x + b - a}{4x^2 - 1}.$$

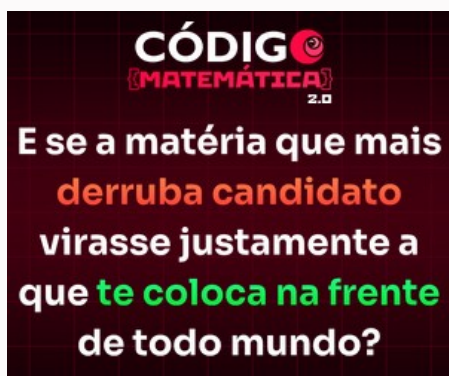
$$\text{Portanto, } \frac{2x+5}{4x^2-1} = \frac{2(a+b)x + b - a}{4x^2-1}, \text{ expressão que é válida para todo } x \neq \pm 1/2.$$

Logo, $2x+5 = 2(a+b)x + b - a$, para todo $x \neq \pm 1/2$, donde concluímos que $a+b=1$.

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

