

# G a b a r i t o – M a t e m á t i c a – G r u p o s I e J

**1ª Questão:** (2,0 pontos)

Considere os polinômios  $p(x) = 2x^3 + 2x^2 + 7x - 1$  e  $q(x) = 2x^2 - x - 1$ .

Calcule:

- a) os valores do número complexo  $z$  tais que  $p(z) = q(z)$ ;
- b) o número real  $k$  e o polinômio do primeiro grau  $r(x)$  tais que  $p(x) = (x - k)q(x) + r(x)$ .

**Cálculos e respostas:**

a)  $p(z) = q(z)$  então

$$2z^3 + 2z^2 + 7z - 1 = 2z^2 - z - 1$$

$$2z^3 + 8z = 0 \Leftrightarrow 2z(z^2 + 4) = 0 \Rightarrow z = 0 \text{ ou } z^2 + 4 = 0 \Rightarrow z = 0 \text{ ou } z = 2i \text{ ou } z = -2i$$

b)  $p(x) = (x - k)q(x) + r(x)$ , onde  $r(x) = ax + b$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - x - 1 \\ x \quad x - k \\ \hline 2x^3 - x^2 - x \\ \hline -2kx^2 + kx + k \\ \hline 2x^3 - (1 + 2k)x^2 + (k - 1)x + k \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^3 - (1 + 2k)x^2 + (k - 1)x + k \\ + \quad \quad \quad ax + b \\ \hline 2x^3 - (1 + 2k)x^2 + (k - 1 + a)x + (k + b) \end{array}$$

Então,

$$-(1 + 2k) = 2 \Rightarrow k = -\frac{3}{2}$$

$$k - 1 + a = 7 \Rightarrow a = \frac{19}{2}$$

$$k + b = -1 \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

Assim,

$$k = -\frac{3}{2} \quad \text{e} \quad r(x) = \frac{19x}{2} + \frac{1}{2}.$$

# G a b a r i t o – M a t e m á t i c a – G r u p o s I e J

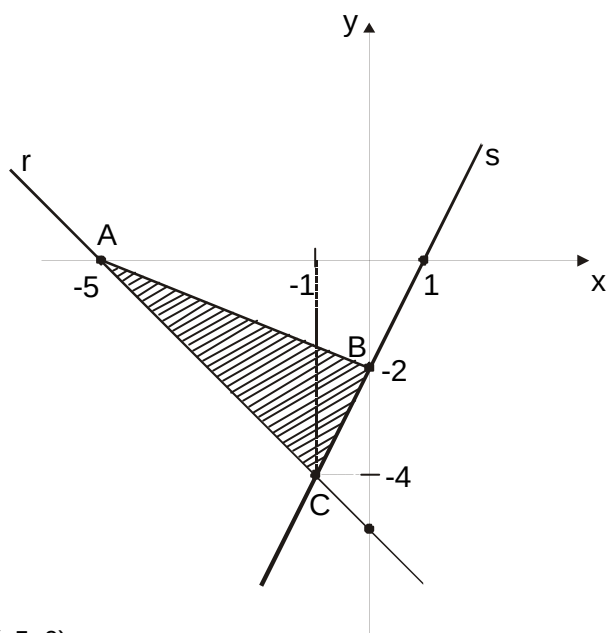
## 2ª Questão: (2,0 pontos)

Com relação ao triângulo ABC sabe-se que:

- o ponto A pertence ao eixo das abcissas;
- o ponto B pertence ao eixo das ordenadas;
- a equação da reta que contém os pontos A e C é  $x + y + 5 = 0$ ;
- a equação da reta que contém os pontos B e C é  $2x - y - 2 = 0$ .

Determine as coordenadas dos pontos A, B e C.

Cálculos e respostas:



$$r: x + y + 5 = 0$$

$$s: 2x - y - 2 = 0$$

$$A (-5, 0)$$

$$B (0, -2)$$

C é o ponto de interseção de r e s

$$\begin{cases} x + y = -5 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$$

$$3x = -3 \Rightarrow x = -1 \text{ e } y = -4$$

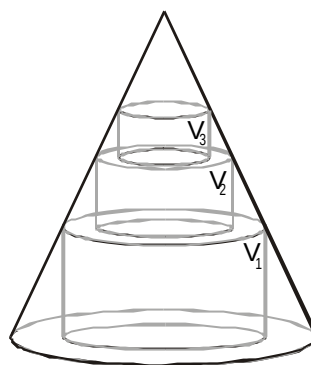
$$C (-1, -4)$$

# G a b a r i t o – M a t e m á t i c a – G r u p o s I e J

## 3ª Questão: (2,0 pontos)

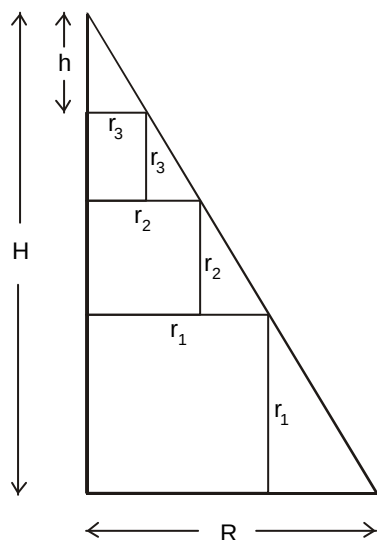


A figura representa um cone de volume  $36 \pi \text{ cm}^3$  contendo três cilindros cujos volumes  $V_1$ ,  $V_2$  e  $V_3$  estão, nesta ordem, em progressão geométrica de razão  $\frac{1}{27}$ .



Sabe-se que cada um dos cilindros tem a altura igual ao raio de sua base. Determine o raio da base do cone.

### Cálculos e respostas:



$$\frac{H}{R} = \frac{r_3}{r_2 - r_3}$$

Mas

$$\frac{V_3}{V_2} = \frac{1}{27}$$

Logo,

$$\frac{(r_3)^3}{(r_2)^3} = \frac{1}{27} \Rightarrow r_2 = 3r_3$$

$$\frac{H}{R} = \frac{r_3}{2r_3} = \frac{1}{2} \Rightarrow H = \frac{R}{2}$$

$$\text{Volume do cone} = 36\pi \text{ cm}^3 = \frac{\pi R^2 H}{3} = \frac{\pi R^2 \cdot R}{6} = \frac{\pi R^3}{6}$$

$$R = 6 \text{ cm}$$

# G a b a r i t o – M a t e m á t i c a – G r u p o s I e J

## 4ª Questão: (2,0 pontos)



Dada a função real de variável real  $f$  tal que  $f(2x + 1) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 - 1}}$ ,  $x \neq 1$  e  $x \neq -1$ , determine:

- a) a expressão de  $f(x)$ ;
- b) o domínio da função  $f$ .

### Cálculos e respostas:

Consideremos  $y = 2x + 1$

$$\text{Logo, } x = \frac{y-1}{2}$$

Assim,

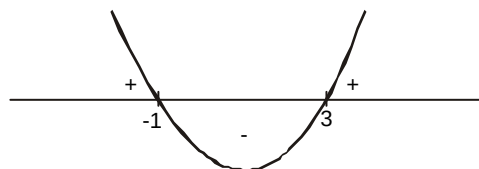
$$f(y) = \frac{y-1}{\sqrt{\frac{(y-1)^2}{4} - 1}} = \frac{2(y-1)}{\sqrt{y^2 - 2y - 3}}$$

Portanto,

$$f(x) = \frac{2(x-1)}{\sqrt{x^2 - 2x - 3}}$$

$$x^2 - 2x - 3 > 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \begin{matrix} \nearrow 3 \\ \searrow -1 \end{matrix}$$



$$\text{a) } f(x) = \frac{2(x-1)}{\sqrt{x^2 - 2x - 3}}$$

$$\text{b) } (-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$$

# G a b a r i t o – M a t e m á t i c a – G r u p o s I e J

## 5ª Questão: (2,0 pontos)

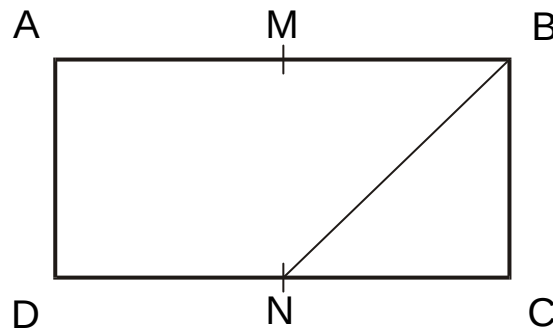
 

Em um retângulo ABCD, M e N são, respectivamente, os pontos médios dos lados  $\overline{AB}$  e  $\overline{CD}$ .

Tem-se que  $\overrightarrow{BM} = (\sqrt{3}, 1)$  e  $\overrightarrow{BN} = (2\sqrt{3}, -2)$ .

Determine o perímetro do retângulo.

Cálculos e respostas:



$$\|\overrightarrow{BM}\| = \sqrt{3+1} = 2$$

$$\|\overrightarrow{BN}\| = \sqrt{4 \cdot 3 + 4} = 4$$

$$\text{Mas, } \|\overrightarrow{BN}\|^2 = \|\overrightarrow{MN}\|^2 + \|\overrightarrow{BM}\|^2$$

$$\|\overrightarrow{MN}\|^2 + 2^2 = 4^2 \Rightarrow \|\overrightarrow{MN}\| = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\|\overline{AB}\| = 2\|\overrightarrow{BM}\| = 2 \cdot 2 = 4$$

$$\text{Assim, } \overline{AB} = \overline{DC} = 4 \text{ e } \overline{AD} = \overline{BC} = \overline{MN} = 2\sqrt{3}$$

$$\text{Perímetro} = 4 + 4 + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 8 + 4\sqrt{3} \text{ u.c.}$$

## Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



### Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



### Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



### Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

