

MATEMÁTICA
SEGUNDA ETAPA - 1997

QUESTÃO 01

Dadas duas funções f e g , pode-se calcular $f(g(x))$ desde que x pertença ao domínio de g , e $g(x)$ pertença ao domínio de f .

A) Sejam $f(x) = 5$ e $g(x) = x - 3$

CALCULE $g(f(x))$ e $f(g(x))$.

B) Sejam $f(x) = \frac{1}{x+3}$ e $g(x) = \frac{18}{x-2}$.

DETERMINE o conjunto D de todos os valores de x para os quais $f(g(x))$ pode ser calculado e DETERMINE a expressão de $f(g(x))$.

QUESTÃO 02

Considere um retângulo de base 39. Suas dimensões são alteradas de modo que, a cada redução de x em sua base, com $x \geq 0$, obtém-se um novo retângulo de área dada por $A(x) = 936 + 15x - x^2$

A) MOSTRE que, para $0 \leq x < 39$, a altura de cada um desses retângulos pode ser escrita na forma $h(x) = ax + b$ e DETERMINE a e b .

B) Dentre esses retângulos, DETERMINE as dimensões do que tem área máxima.

QUESTÃO 03

Três números reais a , b e c satisfazem o sistema
$$\begin{cases} \log_3 a + \log_3 b + \log_3 c = 9 \\ a + b + c = 117 \end{cases}$$

Além disso, eles estão em progressão geométrica, isto é, existe um número real r tal que $b = ar$ e $c = br$.

DETERMINE todos os possíveis valores de r e os correspondentes valores de a , b e c .

QUESTÃO 04

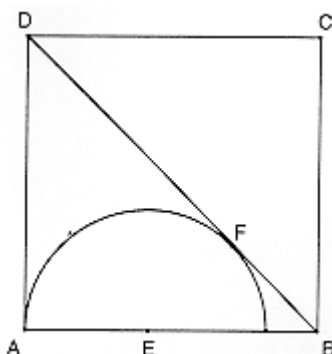
Os pontos $A = (2,0)$ e $B = (0,4)$ são extremos de um diâmetro da circunferência C .

A) DETERMINE a equação da circunferência C .

B) Seja r a reta que passa pelo centro da circunferência C e que é perpendicular à reta AB . DETERMINE os pontos de interseção de C e r .

QUESTÃO 05

Observe a figura.



Nessa figura, $ABCD$ é um quadrado de lado a , e F é o ponto de tangência da diagonal BD com a semicircunferência de centro E . CALCULE o raio da semicircunferência em função de a .

QUESTÃO 06

Seja S um sólido que está contido entre dois planos paralelos, α e β , e que intercepta esses planos. Denote por $A(x)$ a área da seção obtida pela interseção de S com um plano paralelo a α e cuja distância a α seja x .

Se para cada x tem-se $A(x) = ax^2 + bx + c$, com $0 \leq x < h$, em que h é a distância entre α e β , então o volume V de S pode ser calculado usando-se a fórmula

$$V = \frac{h}{6} \left[A(0) + 4A\left(\frac{h}{2}\right) + A(h) \right]$$

A) DETERMINE a expressão de $A(x)$ na situação em que S é um cone circular reto de altura H e raio da base R .

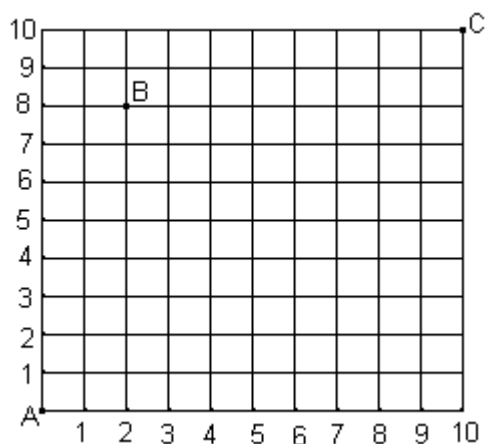
B) Usando a fórmula dada no texto, CALCULE, em função de H e R , o volume V do cone S do item A).

QUESTÃO 07

Nos triângulos ABC e DEF, $AB = DE = c$, $AC = DF = b$, $\widehat{BAC} = \alpha$, $\widehat{EDF} = 2\alpha$, e a área do triângulo ABC é o dobro da área do triângulo DEF.
CALCULE o valor de $\cos \alpha$.

QUESTÃO 08

Observe a figura.



Considere os caminhos ligando A a C, passando por B, traçados a partir de A, deslocando-se sempre, ou 1 unidade para a direita, na horizontal, ou 1 unidade para cima, na vertical.

DETERMINE o número total de caminhos distintos obtidos dessa forma.

QUESTÃO 09

Dado um sistema linear de três equações nas três variáveis x, y, z ,

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases} \text{ associa-se a ele os seguintes determinantes:}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \quad \Delta_y = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix} \quad \Delta_z = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}$$

Considere o sistema linear de três equações nas três variáveis x, y, z em que m e n são números reais:

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + my + 2z = 2 \\ 4x + ny + (m + 2)z = 3 \end{cases}$$

A) RESPONDA quais são todos os possíveis valores de m e n que anulam o determinante Δ associado a este sistema.

VERIFIQUE que, para esses valores, os outros três determinantes associados são nulos, ou seja, $\Delta_x = 0$, $\Delta_y = 0$ e $\Delta_z = 0$.

B) Dentre todos os possíveis valores de m e n para os quais $\Delta=0$, $\Delta_x=0$, $\Delta_y=0$ e $\Delta_z=0$, DETERMINE aqueles que tornam o sistema impossível.

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

