

## MATEMÁTICA

## Questões de 01 a 04

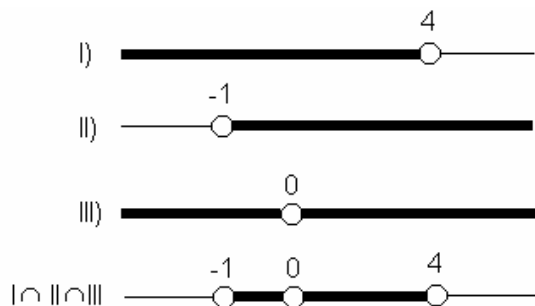
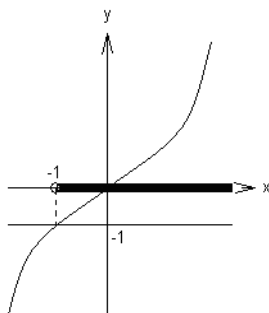
01. Considere a fórmula  $S = \log_B A$ , em que  $A = 16 - 2^x$  e  $B = x^3 + 1$ . Determine os valores reais de  $x$  que fazem a fórmula ter sentido.

Temos:

$$S(x) = \log_{x^3+1} 16 - 2^x$$

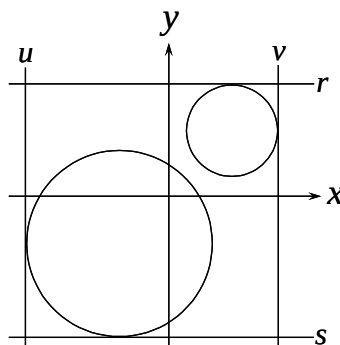
Para que a fórmula faça sentido, devemos ter:

|                   |                   |                       |
|-------------------|-------------------|-----------------------|
| I) $16 - 2^x > 0$ | II) $x^3 + 1 > 0$ | III) $x^3 + 1 \neq 1$ |
| $16 > 2^x$        | $x^3 > -1$        | $x^3 \neq 0$          |
| $2^4 > 2^x$       | $x > -1$          | $x \neq 0$            |
| $4 > x$           |                   |                       |
| $x < 4$           |                   |                       |

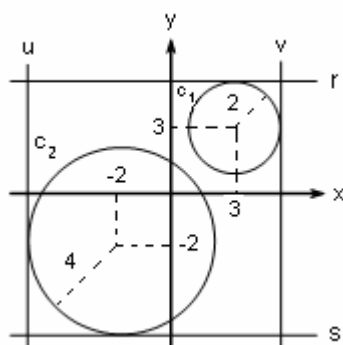


Ou seja,  $-1 < x < 0$  ou  $0 < x < 4$

02. Num sistema de coordenadas cartesianas, localizam-se as circunferências  $C_1$  de equação  $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 4$  e  $C_2$  de equação  $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 16$ .



- A) Considere o quadrilátero delimitado pelas retas  $r$ ,  $s$ ,  $u$  e  $v$  tais que:  $r$  e  $s$  são paralelas ao eixo dos  $x$ ,  $u$  e  $v$  são paralelas ao eixo dos  $y$ ;  $r$  e  $v$  são tangentes a  $C_1$ ,  $u$  e  $s$  são tangentes a  $C_2$ . Determine a área e o perímetro deste quadrilátero.



$$C_1: (x-3)^2 + (y-3)^2 = 4 \quad \text{centro } (3,3) \text{ e raio } 2$$

$$C_2: (x+2)^2 + (y+2)^2 = 16 \quad \text{centro } (-2,-2) \text{ e raio } 4$$

As equações de  $r, s, u$  e  $v$  são:

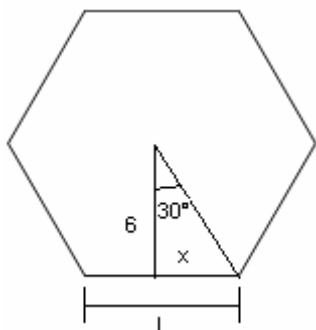
$$r: y=5; \quad s: y=-6; \quad u: x=-6; \quad v: x=5$$

Conclusão: o quadrilátero é um quadrado de lado 11.

$$\text{Área } A = 11^2 = 121 \text{ u.A.}$$

$$\text{Perímetro: } 2p = 4 \times 11 = 44 \text{ u.c.}$$

- B) Determine a área do hexágono regular cujo apótema tem medida igual à soma dos raios de  $C_1$  e  $C_2$ .



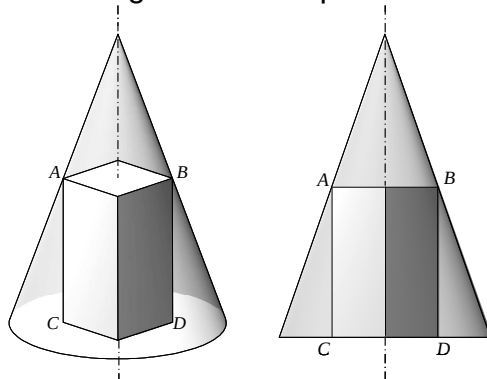
$$m = 2 + 4 = 6$$

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{x}{6} \quad x = 6 \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$$

$$L = 2x = 4\sqrt{3} \quad A = \frac{3L^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3(4\sqrt{3})^2\sqrt{3}}{2}$$

$$A = \frac{3 \cdot 16 \cdot 3 \cdot \sqrt{3}}{2} \quad A = 72\sqrt{3} \text{ u.A.}$$

03. Considere um prisma reto de base quadrada inscrito em um cone circular reto de raio  $R = \sqrt{2} \text{ m}$  e altura  $H = 4 \text{ m}$ . Sendo  $y$  a altura,  $x$  a aresta da base e  $S_t$  a área total do prisma, use as duas figuras abaixo para determinar:



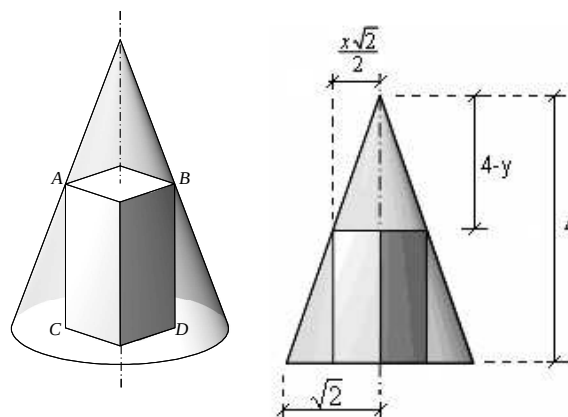
A)  $y$  como função de  $x$ ;

$$\frac{\frac{x\sqrt{2}}{2}}{\frac{2}{\sqrt{2}}} = \frac{4-y}{4}$$

$$\frac{x}{2} = \frac{4-y}{4}$$

$$2x = 4 - y$$

$$y = 4 - 2x$$



B)  $S_t$  como função de  $x$ ;

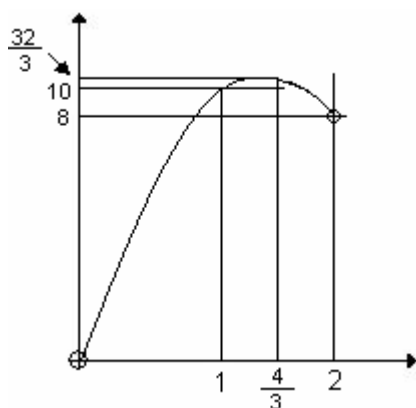
$$S_t = 4xy + 2x^2 \quad S_t = 4x(4-2x) + 2x^2$$

$$S_t = 16x - 8x^2 + 2x^2 \quad S_t = 16x - 6x^2$$

C) O gráfico de  $S_t$  em função de  $x$  no intervalo  $]0, 2[$  e o máximo valor de  $S_t$ .

$$S_t = -6x^2 + 16x \quad x_v = \frac{-b}{2a} = -\frac{16}{2(-6)} \quad y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{(16^2 - 4(-6) \cdot 0)}{4(-6)}$$

$$x_v = \frac{4}{3} \quad y_v = \frac{32}{3}$$



$$S_t(0) = 0$$

$$S_t(1) = 16 \cdot 1 - 6 \cdot 1^2 = 10$$

$$S_t(2) = 16 \cdot 2 - 6 \cdot 2^2 = 8$$

$$S_{t\max} = \frac{32}{3} \text{ u.A.}$$

04. Considere as matrizes  $A = (a_{ij})_{3 \times 2}$  e  $B = (b_{ij})_{2 \times 3}$ , tais que:

$$a_{ij} = \begin{cases} \sin\left(\frac{i\pi}{2}\right) & \text{se } i \geq j \\ 2^{j-i} & \text{se } i < j \end{cases} \quad b_{ij} = \begin{cases} \log_i j & \text{se } i > j \\ j! & \text{se } i = j \\ \binom{j}{i} & \text{se } j > i \end{cases}$$

Obs.:  $\binom{j}{i}$  = Combinações de  $j$  elementos, escolhidos  $i$  a  $i$ ;  $j!$  = fatorial de  $j$ .

A) Escreva as matrizes  $A$  e  $B$ , substituindo cada um dos seus elementos pelo seu valor numérico.

$$A = \begin{pmatrix} \sin \frac{\pi}{2} & 2 \\ \sin \pi & \sin \pi \\ \sin \frac{3\pi}{2} & \sin \frac{3\pi}{2} \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1! & \binom{2}{1} & \binom{3}{1} \\ \log_2 1 & 2! & \binom{3}{2} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

B) Calcule  $AB$ .

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad AB = \begin{pmatrix} 1+0 & 2+4 & 3+6 \\ 0+0 & 0+0 & 0+0 \\ -1+0 & -2-2 & -3-3 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 9 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -4 & -6 \end{pmatrix}$$

# Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



## Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



## Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



## Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

