

VESTIBULAR 2007

ÁREA DE CIÊNCIAS EXATAS
PROVA DE CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS

CADERNO DE QUESTÕES

INSTRUÇÕES

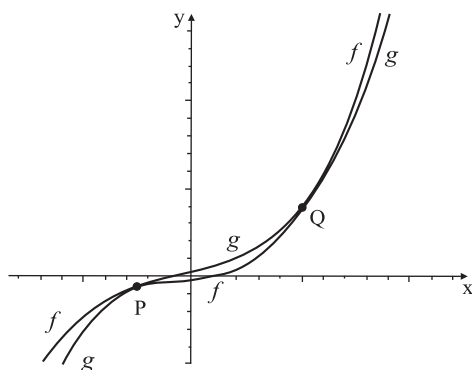
1. CONFERIR SEU NOME E NÚMERO DE INSCRIÇÃO NA CAPA DESTE CADERNO.
2. ASSINAR COM CANETA DE TINTA AZUL OU PRETA A CAPA DO SEU CADERNO DE RESPOSTAS, NO LOCAL INDICADO.
3. ESTA PROVA CONTÉM 25 QUESTÕES E TERÁ DURAÇÃO DE 4 HORAS.
4. O CANDIDATO SOMENTE PODERÁ ENTREGAR O CADERNO DE RESPOSTAS E SAIR DO PRÉDIO DEPOIS DE TRANSCORRIDAS 2 HORAS, CONTADAS A PARTIR DO INÍCIO DA PROVA.
5. AO SAIR, O CANDIDATO LEVARÁ ESTE CADERNO E O CADERNO DE QUESTÕES DA PROVA DE CONHECIMENTOS GERAIS.

01. Uma empresa pretende, no ano de 2006, reduzir em 5% a produção de CO_2 com a queima de combustível de sua frota de carros, diminuindo a quantidade de quilômetros a serem rodados no ano. O total de quilômetros rodados pelos carros dessa empresa em 2005 foi de 199 200 km. Cada carro faz em média 12 km por litro de gasolina, e a queima de cada 415 litros desse combustível pelos carros da empresa produz aproximadamente *uma* tonelada de CO_2 . Mantidas as mesmas condições para os carros, em termos de consumo e queima de combustível, determine quantas toneladas *a menos* de CO_2 os carros da empresa deixariam de emitir em 2006, relativamente ao ano de 2005.

02. Devido ao aquecimento das águas, a ocorrência de furacões das categorias 4 e 5 – os mais intensos da escala Saffir-Simpson – dobrou nos últimos 35 anos (Veja, 21.06.2006). Seja x o número de furacões dessas categorias, ocorridos no período 1971-2005. Vamos supor que a quantidade de furacões a cada 35 anos continue dobrando em relação aos 35 anos anteriores, isto é, de 2006 a 2040 ocorrerão $2x$ furacões, de 2041 a 2075 ocorrerão $4x$ furacões, e assim por diante. Baseado nesta suposição, determine, em função de x , o número total de furacões que terão ocorrido no período de 1971 a 2320.

03. Considere os números complexos $w = 4 + 2i$ e $z = 3a + 4ai$, onde a é um número real positivo e i indica a unidade imaginária. Se, em centímetros, a altura de um triângulo é $|z|$ e a base é a parte real de $z.w$, determine a de modo que a área do triângulo seja 90 cm^2 .

04. Considere as funções polinomiais $f(x) = x^3 + x^2 + 2x - 1$ e $g(x) = x^3 + 3x + 1$, cujos gráficos se interceptam em dois pontos como esboçado na figura (não em escala).



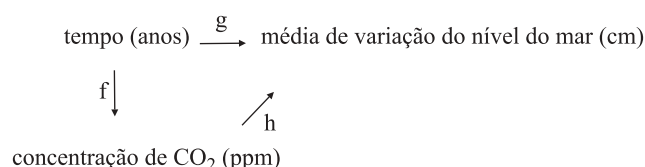
Determine para quais valores reais $f(x) \geq g(x)$, isto é, determine o conjunto $S = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \geq g(x)\}$.

05. Paulo deve enfrentar em um torneio dois outros jogadores, João e Mário. Considere os eventos A: Paulo vence João e B: Paulo vence Mário. Os resultados dos jogos são eventos independentes. Sabendo que a probabilidade de Paulo vencer ambos os jogadores é $\frac{2}{5}$ e a probabilidade de ele ganhar de João é $\frac{3}{5}$, determine a probabilidade de Paulo perder dos dois jogadores, João e Mário.

06. Sejam $P = (a,b)$, $Q = (1,3)$ e $R = (-1,-1)$ pontos do plano. Se $a + b = 7$, determine P de modo que P , Q e R sejam colineares.

07. Seja x o número de anos decorridos a partir de 1960 ($x = 0$). A função $y = f(x) = x + 320$ fornece, aproximadamente, a média de concentração de CO_2 na atmosfera em ppm (partes por milhão) em função de x . A média de variação do nível do mar, em cm, em função de x , é dada aproximadamente pela

função $g(x) = \frac{1}{5}x$. Seja h a função que fornece a média de variação do nível do mar em função da concentração de CO_2 . No diagrama seguinte estão representadas as funções f , g e h .



Determine a expressão de h em função de y e calcule quantos centímetros o nível do mar terá aumentado quando a concentração de CO_2 na atmosfera for de 400 ppm.

08. Podemos supor que um atleta, enquanto corre, balança cada um de seus braços ritmicamente (para frente e para trás) segundo a equação

$$y = f(t) = \frac{\pi}{9} \sin\left(\frac{8\pi}{3}\left(t - \frac{3}{4}\right)\right),$$

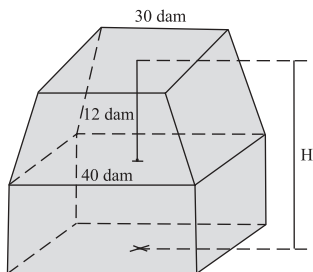
onde y é o ângulo compreendido entre a posição do braço e o eixo vertical $(-\frac{\pi}{9} \leq y \leq \frac{\pi}{9})$ e t é o tempo medido em segundos, $t \geq 0$. Com base nessa equação, determine quantas oscilações completas (para frente e para trás) o atleta faz com o braço em 6 segundos.

09. A temperatura média da Terra começou a ser medida por volta de 1870 e em 1880 já apareceu uma diferença: estava $(0,01)^\circ\text{C}$ (graus Celsius) acima daquela registrada em 1870 (10 anos antes). A função

$$t(x) = (0,01) \cdot 2^{(0,05)x},$$

com $t(x)$ em $^\circ\text{C}$ e x em anos, fornece uma estimativa para o aumento da temperatura média da Terra (em relação àquela registrada em 1870) no ano $(1880 + x)$, $x \geq 0$. Com base na função, determine em que ano a temperatura média da Terra terá aumentado 3°C . (Use as aproximações $\log_2(3) = 1,6$ e $\log_2(5) = 2,3$)

10. Para calcularmos o volume aproximado de um *iceberg*, podemos compará-lo com sólidos geométricos conhecidos. O sólido da figura, formado por um tronco de pirâmide regular de base quadrada e um paralelepípedo reto-retângulo, justapostos pela base, representa aproximadamente um *iceberg* no momento em que se desprende da calota polar da Terra. As arestas das bases maior e menor do tronco de pirâmide medem, respectivamente, 40 dam e 30 dam, e a altura mede 12 dam.



Passado algum tempo do desprendimento do *iceberg*, o seu volume era de $23\,100\text{ dam}^3$, o que correspondia a $3/4$ do volume inicial. Determine a altura H , em dam, do sólido que representa o *iceberg* no momento em que se desprende.

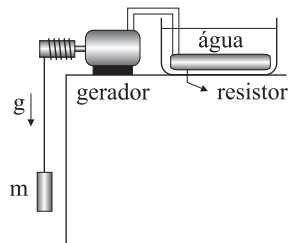
FÍSICA

11. Em uma partida de futebol, a bola é chutada a partir do solo descrevendo uma trajetória parabólica cuja altura máxima e o alcance atingido são, respectivamente, h e s . Desprezando o efeito do atrito do ar, a rotação da bola e sabendo que o ângulo de lançamento foi de 45° em relação ao solo horizontal, calcule a razão s/h .

Dado: $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \sqrt{2}/2$.

12. Uma das modalidades esportivas em que nossos atletas têm sido premiados em competições olímpicas é a de barco a vela. Considere uma situação em que um barco de 100 kg, conduzido por um velejador com massa de 60 kg, partindo do repouso, se desloca sob a ação do vento em movimento uniformemente acelerado, até atingir a velocidade de 18 km/h. A partir desse instante, passa a navegar com velocidade constante. Se o barco navegou 25 m em movimento uniformemente acelerado, qual é o valor da força aplicada sobre o barco? Despreze resistências ao movimento do barco.

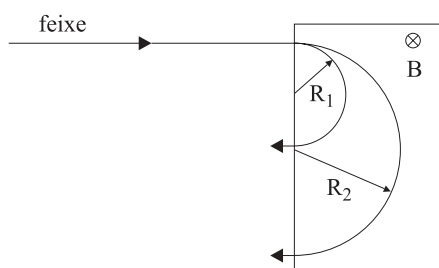
13. A relação entre calor e outras formas de energia foi objeto de intensos estudos durante a Revolução Industrial, e uma experiência realizada por James P. Joule foi imortalizada. Com ela, ficou demonstrado que o trabalho mecânico e o calor são duas formas diferentes de energia e que o trabalho mecânico poderia ser convertido em energia térmica. A figura apresenta uma versão atualizada da máquina de Joule. Um corpo de massa 2 kg é suspenso por um fio cuidadosamente enrolado em um carretel, ligado ao eixo de um gerador.



O gerador converte a energia mecânica do corpo em elétrica e alimenta um resistor imerso em um recipiente com água. Suponha que, até que o corpo chegue ao solo, depois de abandonado a partir do repouso, sejam transferidos para a água 24 J de energia térmica. Sabendo que esse valor corresponde a 80% da energia mecânica, de qual altura em relação ao solo o corpo foi abandonado? Adote $g = 10\text{ m/s}^2$.

14. Em países com poucos recursos hídricos ou combustíveis fósseis, a construção de usinas nucleares pode ser uma alternativa para produção de energia. A energia nuclear é obtida pela fissão de núcleos como o de urânio e, dessa fissão, além de calor, são produzidos nêutrons, que por sua vez serão responsáveis pela fissão de outros núcleos de urânio. Dessa reação em cadeia é extraída a energia nuclear. No entanto, para uma fissão controlada, é necessário diminuir a energia dos nêutrons que tiverem energias cinéticas altas. Para isso, elementos moderadores são introduzidos para que os nêutrons, em interações com esses núcleos, tenham sua energia diminuída. A escolha do material moderador depende de quanta energia os nêutrons devem perder. Considere uma colisão elástica frontal entre um nêutron e um átomo moderador, que possua massa quatro vezes maior que a do nêutron e esteja inicialmente em repouso. Calcule a razão entre as energias cinéticas final e inicial do nêutron.
15. Os tripulantes de um navio deparam-se com um grande *iceberg* desprendido das geleiras polares como consequência do aquecimento global. Para avaliar o grau de periculosidade do bloco de gelo para a navegação, eles precisam saber qual é a porção submersa do bloco. Experientes em sua atividade, conseguem estimar a fração submersa do volume utilizando as massas específicas do gelo, igual a $0,92\text{ g/cm}^3$, e da água salgada, igual a $1,03\text{ g/cm}^3$. Qual foi o valor da fração submersa calculada pelos navegantes?

16. É largamente difundida a idéia de que a possível elevação do nível dos oceanos ocorreria devido ao derretimento das grandes geleiras, como consequência do aquecimento global. No entanto, deveríamos considerar outra hipótese, que poderia também contribuir para a elevação do nível dos oceanos. Trata-se da expansão térmica da água devido ao aumento da temperatura. Para se obter uma estimativa desse efeito, considere que o coeficiente de expansão volumétrica da água salgada à temperatura de 20 °C seja $2,0 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$. Colocando água do mar em um tanque cilíndrico, com a parte superior aberta, e considerando que a variação de temperatura seja 4 °C, qual seria a elevação do nível da água se o nível inicial no tanque era de 20 m? Considere que o tanque não tenha sofrido qualquer tipo de expansão.
17. Um mol de gás monoatômico, classificado como ideal, inicialmente à temperatura de 60 °C, sofre uma expansão adiabática, com realização de trabalho de 249 J. Se o valor da constante dos gases R é 8,3 J/(mol K) e a energia interna de um mol desse gás é $(3/2)RT$, calcule o valor da temperatura ao final da expansão.
18. Células fotovoltaicas foram idealizadas e desenvolvidas para coletar a energia solar, uma forma de energia abundante, e convertê-la em energia elétrica. Estes dispositivos são confeccionados com materiais semicondutores que, quando iluminados, dão origem a uma corrente elétrica que passa a alimentar um circuito elétrico. Considere uma célula de 100 cm² que, ao ser iluminada, possa converter 12% da energia solar incidente em energia elétrica. Quando um resistor é acoplado à célula, verifica-se que a tensão entre os terminais do resistor é 1,6 V. Considerando que, num dia ensolarado, a célula recebe uma potência de 1 kW por metro quadrado, calcule a corrente que passa pelo resistor.
19. Um feixe é constituído de dois tipos de partículas com cargas elétricas iguais, mas massas m_1 e m_2 ($m_1 \neq m_2$). Ao adentrarem, com velocidades iguais, uma região onde existe um campo magnético uniforme, as partículas de massa m_1 e m_2 descrevem, num mesmo plano, trajetórias semi-circulares diferentes, com raios R_1 e R_2 , respectivamente, como ilustradas na figura.

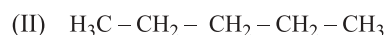


Expresse a razão entre as massas m_1 e m_2 , em termos de R_1 e R_2 .

20. Como o dióxido de carbono, o metano exerce também um efeito estufa na atmosfera. Uma das principais fontes desse gás provém do cultivo de arroz irrigado por inundação. Segundo a Embrapa, estima-se que esse tipo de cultura, no Brasil, seja responsável pela emissão de cerca de 288 Gg (1Gg = 1×10^9 gramas) de metano por ano. Calcule o número de moléculas de metano correspondente.

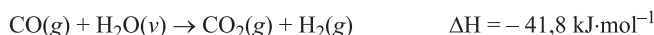
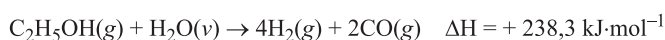
Massas molares, g·mol⁻¹: H=1 e C=12. Constante de Avogadro = $6,0 \times 10^{23}$.

21. Um dos métodos que tem sido sugerido para a redução do teor de dióxido de carbono na atmosfera terrestre, um dos gases responsáveis pelo efeito estufa, consiste em injetá-lo em estado líquido no fundo do oceano. Um dos inconvenientes deste método seria a acidificação da água do mar, o que poderia provocar desequilíbrios ecológicos consideráveis. Explique, através de equações químicas balanceadas, por que isto ocorreria e qual o seu efeito sobre os esqueletos de corais, constituídos por carbonato de cálcio.
22. Uma das principais frações obtidas nas colunas de destilação de uma refinaria de petróleo é aquela correspondente à gasolina. Essa fração é uma mistura composta de hidrocarbonetos $C_5 - C_{10}$ com faixa de ebulição de 38 a 177 °C. Para assegurar o funcionamento correto do motor de combustão interna, a gasolina tem que ter volatilidade (facilidade de vaporização) adequada, o que é obtido pela mistura de hidrocarbonetos convenientes. Sabe-se que um dos fatores que influi nos pontos de ebulição dos hidrocarbonetos é a massa molar. Considere dois componentes da gasolina, hidrocarbonetos (I) e (II), cujas fórmulas estruturais estão representadas a seguir.



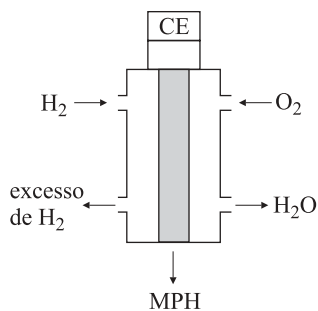
Identifique o hidrocarboneto que contribui para tornar mais volátil a gasolina, justificando sua resposta, e represente a fórmula estrutural de um isômero de cadeia do hidrocarboneto (II).

23. No processo de obtenção de hidrogênio molecular a partir da reforma a vapor do etanol, estão envolvidas duas etapas, representadas pelas equações químicas parciais que se seguem.



Considerando 100% de eficiência no processo, escreva a equação global e calcule a variação de entalpia total envolvida na reforma de um mol de etanol, usando a Lei de Hess. Mostre os cálculos necessários.

24. O hidrogênio molecular obtido na reforma a vapor do etanol pode ser usado como fonte de energia limpa em uma célula de combustível, esquematizada a seguir.

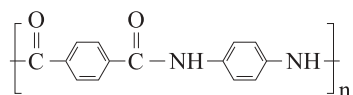


MPH: membrana permeável a H^+

CE: circuito elétrico externo

Neste tipo de dispositivo, ocorre a reação de hidrogênio com oxigênio do ar, formando água como único produto. Escreva a semi-reação que acontece no compartimento onde ocorre a oxidação (anodo) da célula de combustível. Qual o sentido da corrente de elétrons pelo circuito elétrico externo?

25. O Kevlar, um polímero de excepcional resistência física e química, tem a unidade básica de repetição representada a seguir.

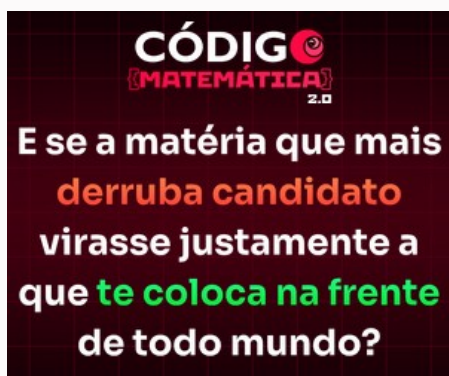


Na reação de condensação entre os reagentes precursores, ocorre a formação do polímero e a eliminação de água como subproduto. Identifique as funções orgânicas dos dois reagentes precursores.

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

