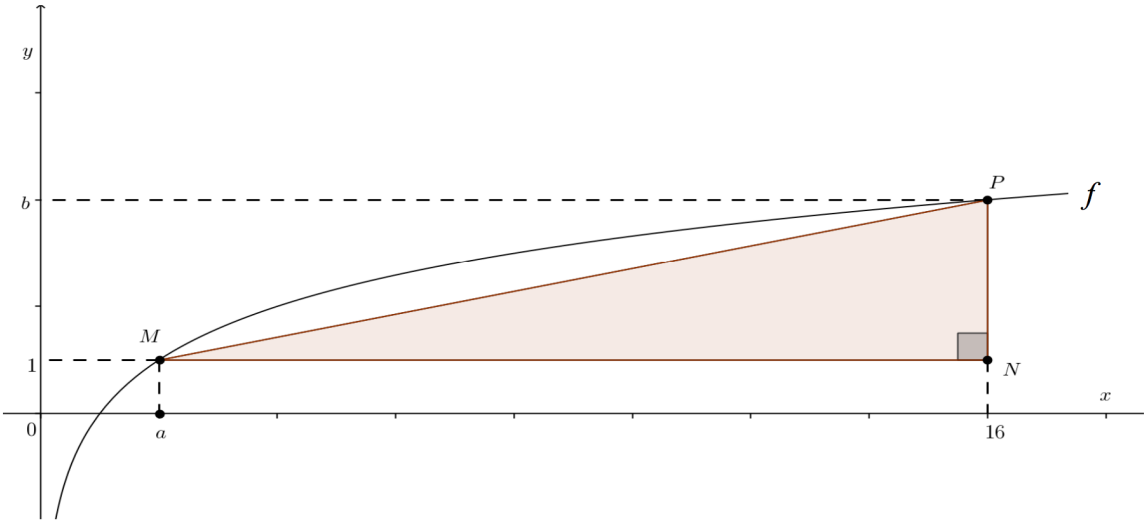
Questão 1:

No gráfico a seguir, representou-se a função $f: IR_+^* \to IR$ definida por $f(x) = log_2\ x$.
Define-se ainda, conforme a figura, um triângulo retângulo MNP, reto em N, com os vértices M e P pertencendo à curva definida por f. A partir das informações apresentadas no gráfico de f, responda às questões a seguir detalhando os seus cálculos.



a) Qual o valor de **a** e **b** obtidos a partir do gráfico de f.

Ate 1 ponto.

Como $f(a) = \log_2 a = 1$, então $a = 2$.

Como $f(16) = \log_2 16 = b$, então $b = 4$.

b) Calcule a medida da **área** do triângulo MNP.

Ate 1,5 ponto.

Pelo gráfico, temos que a base e a altura do triângulo medem $16 - a$ e $b - 1$, respectivamente. Assim, a área é:

$$\frac{(16-a)(b-1)}{2} = \frac{(16-2)(4-1)}{2} = 21u.a.$$

c) Determine o(s) valor(es) de x tal que $[f(x)]^2 - 5.[f(x)] = -6$.

Ate 2,5 pontos.

Seja $z = f(x)$. A equação apresentada é

$$z^2 - 5z + 6 = 0$$

$$(z-2)(z-3) = 0$$

$$z = 2 \; ou \; z = 3$$

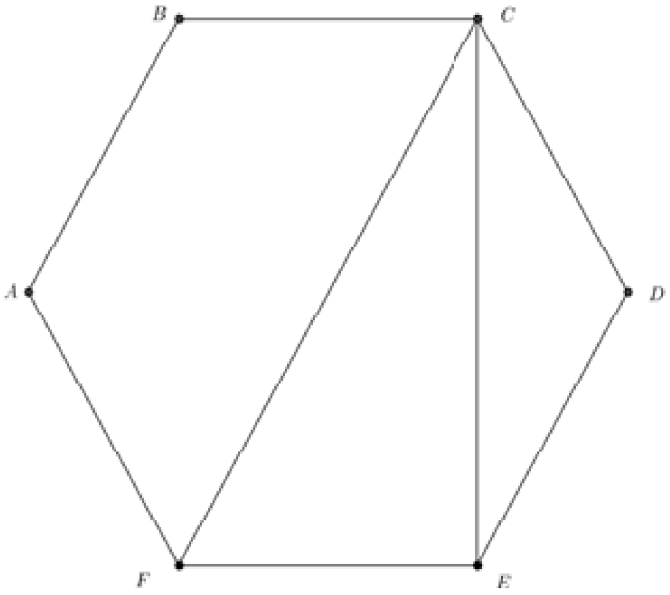
Se $\log_2 x = 2$, então $x = 2^2 = 4$.

Se $\log_2 x = 3$, então $x = 2^3 = 8$.

Assim, as possíveis soluções são $x = 4$ ou $x = 8$.

Questão 2:

Na figura a seguir, representa-se um Hexágono Regular ABCDEF em que cada lado mede 12 centímetros.



Determine:

a) O valor da medida do perímetro e da área do Hexágono Regular ABCDEF.

Ate 2 pontos.

Como cada lado mede 12cm, o perímetro é $12 \times 6 = 72\ cm$.

Para a área, veja que a altura do triângulo equilátero de lado 12cm é $6\sqrt{3}\ cm$, donde a área de cada triângulo é $\frac{12 \times 6\sqrt{3}}{2} = 36\sqrt{3}\ cm^2$ e, portanto, a área do hexágono é:

$$6 \times 36\sqrt{3} = 216\sqrt{3}\ cm^2$$

b) O valor das medidas das diagonais $\overline{CF}$ e $\overline{CE}$ deste Hexágono Regular ABCDEF.

Ate 1 ponto.

$$\overline{CE} = 2 \times 6\sqrt{3} = 12\sqrt{3}\ cm$$

$$\overline{CF}^2 = \overline{CE}^2 + \overline{EF}^2 = (12\sqrt{3})^2 + 12^2 = 4 \times 144$$

$$\overline{CF} = \sqrt{4 \times 144} = 2 \times 12 = 24\ cm$$

c) A razão entre as medidas dos comprimentos dos círculos circunscrito e inscrito, ao Hexágono Regular ABCDEF.

Ate 2 pontos.

O raio do círculo inscrito é a altura do triângulo equilátero de lado 12cm, isto é, $6\sqrt{3}\ cm$, donde o comprimento do círculo inscrito é $2\pi \times 6\sqrt{3} = 12\pi\sqrt{3}\ cm$.

Já o raio do círculo circunscrito é 12 cm, donde seu comprimento é $2\pi \times 12 = 24\pi\ cm$. Portanto, a razão pedida é:

$$\frac{24\pi}{12\pi\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$