

1ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Seiscentos estudantes de uma escola foram entrevistados sobre suas preferências quanto aos esportes vôlei e futebol.

O resultado foi o seguinte: 204 estudantes gostam somente de futebol, 252 gostam somente de vôlei e 48 disseram que não gostam de nenhum dos dois esportes.

- a) Determine o número de estudantes entrevistados que gostam dos dois esportes.
b) Um dos estudantes entrevistados é escolhido, ao acaso. Qual a probabilidade de que ele goste de vôlei?

Cálculos e respostas:

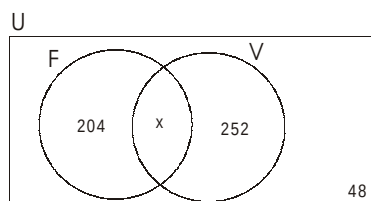
Consideremos

F = conjunto dos estudantes entrevistados que gostam de futebol

V = conjunto dos estudantes entrevistados que gostam de vôlei

U = conjunto dos estudantes entrevistados.

Podemos, então, construir o seguinte diagrama:



- a) Seja $x = n(F \cap V)$

$$\text{Temos que } 204 + x + 252 + 48 = 600 \Leftrightarrow x = 600 - 504 = 96.$$

Logo, 96 estudantes entrevistados gostam dos dois esportes.

- b) $P = \frac{252 + 96}{600} = \frac{348}{600} = \frac{58}{100} = 58\%$



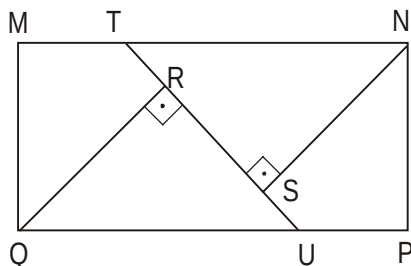
MATEMÁTICA - Grupos I e J - Gabarito

2ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

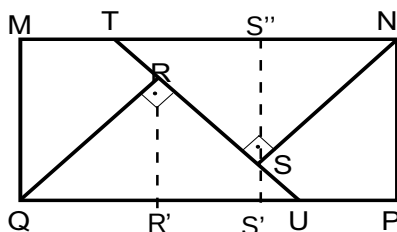
Revisor

Considere a figura a seguir.



Os triângulos NST e QRU são triângulos retângulos isósceles e congruentes. Se a medida do segmento NT é igual a 2 cm e se a medida do segmento RS é igual a 1 cm, determine a área do retângulo MNPQ.

Cálculos e respostas:



Como os triângulos NST e QRU são triângulos isósceles e congruentes, temos:

$$\overline{NS} = \overline{ST} = \overline{QR} = \overline{RU}.$$

E,

$$\overline{NS}^2 + \overline{ST}^2 = \overline{NT}^2 \Leftrightarrow 2\overline{NS}^2 = 4 \Leftrightarrow \overline{NS}^2 = 2 \Leftrightarrow \overline{NS} = \sqrt{2}$$

Logo, $\overline{NS} = \overline{ST} = \overline{RU} = \overline{QR} = \sqrt{2}$.

Também, $\overline{QR'} = \overline{R'U} = \overline{S''T} = \overline{NS''} = 1$.

Observamos que $\overline{RR'} = \overline{SS''} = 1$.

Cálculo da base do retângulo ($\overline{QP}$):

$$\overline{SU} = \overline{RU} - \overline{RS} = \sqrt{2} - 1.$$

$$\overline{SS'}^2 + \overline{S'U}^2 = \overline{SU}^2 \Leftrightarrow 2\overline{S'U}^2 = (\sqrt{2}-1)^2 \Leftrightarrow \overline{S'U} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Assim, } \overline{UP} = \overline{S'P} - \overline{S'U} = 1 - \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

E,

$$\overline{QP} = \overline{QU} + \overline{UP} = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Cálculo da altura do retângulo ($\overline{NP}$):

$$\overline{NP} = \overline{SS'} + \overline{SS''} = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = 2 - \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Área do retângulo:

$$\overline{QP} \times \overline{NP} = \left(2 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \left(2 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 4 - \frac{1}{2} = \frac{7}{2} \text{ (u.a.)}.$$

3ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Resolva, em $\mathbb{R}$, a inequação

$$\log_{10} |1-x| > \log_{0,1} 7$$

Cálculos e respostas:

$$\log_{10} |1-x| > \log_{0,1} 7 \Leftrightarrow \log_{10} |1-x| > \frac{\log_{10} 7}{\log_{10} 0,1}$$

$$\Leftrightarrow \log_{10} |1-x| > -\log_{10} 7 \Leftrightarrow \log_{10} |1-x| > \log_{10} \frac{1}{7}$$

$$\Leftrightarrow |1-x| > \frac{1}{7}$$

Assim,

$$1-x > \frac{1}{7} \quad \text{ou} \quad 1-x < -\frac{1}{7}$$

E,

$$x < \frac{6}{7} \quad \text{ou} \quad x > \frac{8}{7}.$$

Conjunto - solução:

$$\left\{ x \in \mathbb{R} \mid x < \frac{6}{7} \quad \text{ou} \quad x > \frac{8}{7} \right\} = \left(-\infty, \frac{6}{7} \right) \cup \left(\frac{8}{7}, +\infty \right)$$



MATEMÁTICA - Grupos I e J - Gabarito

4ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Nas figuras I e II estão representados dois cones circulares retos.

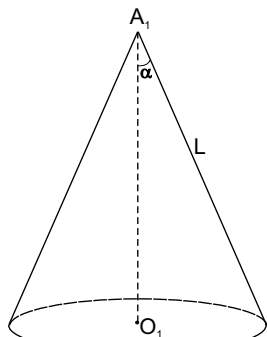


Figura I

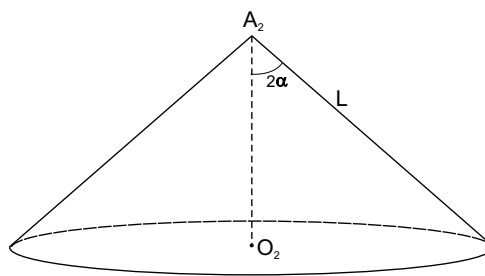


Figura II

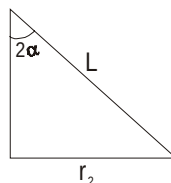
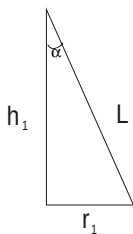
O cone da figura I tem vértice A_1 , base centrada em O_1 , comprimento da geratriz igual a L e sua altura (O_1A_1) forma com a geratriz um ângulo α ($0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$). O cone da figura II tem vértice A_2 , base centrada em O_2 , comprimento da geratriz também igual a L e sua altura (O_2A_2) forma com sua geratriz um ângulo 2α .

Considere r_1 o raio da base do cone da figura I e V_1 o seu volume; r_2 o raio da base do cone da figura II e V_2 o seu volume.

a) Determine o valor de α de modo que $\frac{r_1}{r_2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

b) Determine, em termos apenas de $\cos \alpha$, a expressão de $\frac{V_1}{V_2}$.

Cálculos e respostas:



$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

a) $\frac{r_1}{L} = \sin \alpha$ e $\frac{r_2}{L} = \sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$

$$\frac{r_2}{L} = 2 \frac{r_1}{L} \cos \alpha \quad \Leftrightarrow \quad \cos \alpha = \frac{1}{2} \frac{r_2}{r_1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Logo,

$$\alpha = \frac{\pi}{6} \text{ rad} \quad \text{ou} \quad 30^\circ$$

Cálculos e respostas:

$$\text{b)} \quad V_1 = \frac{1}{3} \pi r_1^2 h_1 = \frac{\pi}{3} (L \sin \alpha)^2 L \cos \alpha = \frac{\pi}{3} L^3 \sin^2 \alpha \cos \alpha$$

$$V_2 = \frac{1}{3} \pi r_2^2 h_2 = \frac{\pi}{3} (L \sin \alpha)^2 L \cos 2\alpha$$

$$= \frac{\pi L^3}{3} (2 \sin \alpha \cos \alpha)^2 (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = \frac{4\pi L^3}{3} \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha (\cos^2 \alpha - (1 - \cos^2 \alpha))$$

Logo,

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{\pi}{3} L^3 \sin^2 \alpha \cos \alpha}{\frac{4\pi L^3}{3} \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha (\cos^2 \alpha - (1 - \cos^2 \alpha))} = \frac{1}{4} \frac{1}{\cos \alpha (2 \cos^2 \alpha - 1)}$$



MATEMÁTICA - Grupos I e J - Gabarito

5ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Determine as coordenadas dos pontos da reta de equação $y = 3x + 4$ que distam quatro unidades da origem.

Cálculos e respostas:

Os pontos da reta são da forma $P(x, 3x + 4)$

$$d(P, 0) = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (3x+4)^2} = 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 9x^2 + 24x + 16 = 16$$

$$\Leftrightarrow 10x^2 + 24x = 0 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \text{ou} \\ 10x + 24 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad x = -\frac{24}{10} = -\frac{12}{5}$$

Os pontos são:

$$P_1: x = 0, y = 4 \quad \text{e} \quad P_2: x = -\frac{12}{5}, y = 3\left(-\frac{12}{5}\right) + 4 = -\frac{16}{5}$$

ou

$$P_1 = (0, 4) \quad \text{e} \quad P_2 = \left(-\frac{12}{5}, -\frac{16}{5}\right).$$

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

