

Solução Comentada de Matemática

VTB 2005 – 1ª ETAPA

45. Numa turma com 40 alunos, sabe-se que 20% da turma já leu o livro "Quincas Borba" e 40% já leu o livro "Dom Casmurro". Podemos afirmar com certeza que:
- A) algum aluno já leu os dois livros.
 - B) nenhum aluno leu os dois livros.
 - C) escolhidos 30 alunos quaisquer na turma, algum deles já leu "Quincas Borba".
 - D) mais de 20 alunos já leram algum dos livros.
 - E) escolhidos 25 alunos quaisquer na turma, algum deles já leu "Dom Casmurro".

Questão 45 – Alternativa E

Conjunto e Proporcionalidade: resposta (E)

Observe que 16 alunos da turma leram Dom Casmurro. Logo, escolhidos 25 alunos quaisquer, algum deles já leu este livro, caso contrário a turma teria mais de 40 alunos.

46. O número real x , positivo e diferente de 1, que satisfaz à equação

$$\log_x (2x) \cdot \log_2 x = 3 - \log_2 \sqrt{x} \text{ é igual a:}$$

- A) $\sqrt[3]{2}$
- B) 2
- C) $2\sqrt[3]{2}$
- D) 4
- E) $4\sqrt[3]{2}$

Questão 46 – Alternativa C

Funções, logaritmos e exponenciais: resposta (C)

Desenvolvendo

$$(\log_x 2 + \log_x x) \log_2 x = 3 - \frac{1}{2} \log_2 x \quad \therefore \quad 1 + \log_2 x = 3 - \frac{1}{2} \log_2 x.$$

Desta última igualdade segue que $\log_2 x = \frac{4}{3}$. Portanto, $x = 2^{\frac{4}{3}} = 2\sqrt[3]{2}$.

47. Na República Bruzundanga, o salário recebido pelo trabalhador sofre, na fonte pagadora, desconto de 25% a título de pagamento de imposto de renda. Além disso, um terço do valor pago na aquisição de bens e de serviços consiste também de impostos. Considerando-se apenas estes impostos, um bruzundanguense que recebe 12 salários brutos, iguais e mensais, ao longo de um ano, e que os gaste integralmente apenas em bens e serviços, no transcorrer do ano, paga de impostos, o equivalente ao seguinte número de salários brutos:
- A) 1
 - B) 2
 - C) 5
 - D) 6
 - E) 8

Questão 47 – Alternativa D

Proporcionalidade: resposta (D)

Se x e i são o salário mensal e o imposto recolhido sobre este salário, respectivamente, temos que

$$i = \frac{1}{4}x + \frac{1}{3}\left(x - \frac{1}{4}x\right) = \frac{1}{2}x. \text{ Portanto, metade do salário em cada mês é pago de impostos.}$$

Anualizando e fazendo a equivalência salário-mês, temos a resposta.

48. A elipse F do plano cartesiano xy obtida da elipse E: $x^2 + 2y^2 - 6x + 4y - 25 = 0$ por uma translação que leva os focos de E em pontos equidistantes da origem e sobre o eixo ox admite uma equação igual a:

A) $\frac{x^2}{2} + y^2 = 18$

B) $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 6$

C) $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 16$

D) $x^2 + 2y^2 = 25$

E) $2x^2 + 3y^2 = 49$

Questão 48 – Alternativa A

Geometria Analítica Plana: resposta (A)

Completando o quadrado dos termos em x e y temos que $x^2 - 6x + 9 + 2(y^2 + 2y + 1) = 36 \therefore$

$$(x - 3)^2 + 2(y + 1)^2 = 36.$$

Aplicando a translação $x' = x - 3$ e $y' = y + 1$, segue imediatamente a resposta.

49. Os números complexos z_1, z_2, z_3, z_4 e z_5 são as raízes quinticas de 5 e $z_5 = \sqrt[5]{5}$ é a raiz quintica real de 5. A soma $z_1 + z_2 + z_3 + z_4$ é igual a:

A) $-2\sqrt[5]{5}i$

B) $-\sqrt[5]{5}$

C) 0

D) i

E) $\frac{1}{\sqrt[5]{5}}$

Questão 49 – Alternativa B

Números complexos e polinômios: resposta (B)

Os números dados são as raízes do polinômio $p(z) = z^5 + 5$. Como o coeficiente de z^4 neste polinômio é zero e, por outro lado, este coeficiente é a soma $z_1 + z_2 + z_3 + z_4 + z_5$, segue a resposta.

50. Num tetraedro ABCD vale a igualdade $\overline{DA} = \overline{DB} = \overline{DC} = a$ e o triângulo ABC é equilátero com $\overline{AB} = b$. O comprimento da altura do tetraedro baixada do vértice A é igual a:

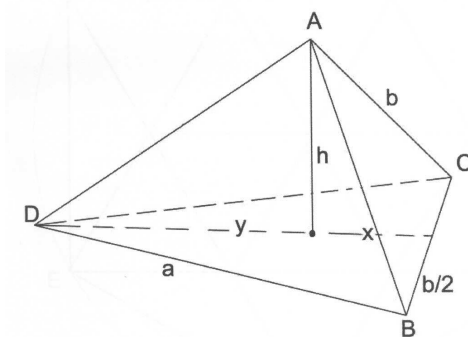
- A) $\frac{a+b}{2}$
 B) $\sqrt{ab}$
 C) $\frac{b\sqrt{3a^2-b^2}}{a}$
 D) $b\frac{\sqrt{3a^2-b^2}}{\sqrt{4a^2-b^2}}$
 E) $a\frac{\sqrt{4a^2-b^2}}{\sqrt{a+b}}$

Questão 50 – Alternativa D

Geometria espacial: resposta (D)

Seja x a distância do pé da altura h ao lado do triângulo isósceles e seja y a distância do pé da perpendicular h ao vértice D do tetraedro. Pelo Teorema de Pitágoras temos as equações

$$\begin{cases} x^2 = \frac{3b^2}{4} - h^2 \\ y^2 = a^2 - h^2 \\ (x+y)^2 = a^2 - \frac{b^2}{4} \end{cases}.$$



Eliminando as variáveis x e y na última equação obtemos o valor de h .

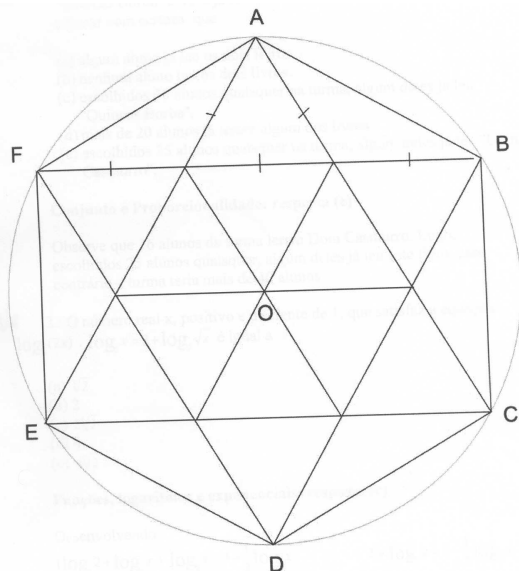
51. A razão $\frac{\text{área H}}{\text{área K}}$, onde H é o hexágono regular ABCDEF (com vértices nomeados no sentido horário) e K é o hexágono obtido pela interseção dos triângulos ACE e BDF, é igual a:

- A) 2
 B) 2,5
 C) 3
 D) 3,5
 E) 4

Questão 51 – Alternativa C

Geometria plana: resposta (C)

O hexágono H pode ser dividido em 18 triângulos: 12 triângulos equiláteros e congruentes dois a dois e outros 6 triângulos obtusos congruentes dois a dois. A área de um triângulo equilátero é igual à área de um triângulo obtuso pois ambos possuem o mesmo comprimento de base e o mesmo comprimento de altura. Por outro lado, o hexágono K é formado por seis triângulos equiláteros, portanto,



$$\frac{\text{área } H}{\text{área } K} = \frac{18}{6} = 3$$

52. Se $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ e satisfaz a identidade matricial $\begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}^5 = \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$, então,

o valor correto de $\operatorname{tg} \alpha$ é igual a:

- A) 0
- B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- D) 1
- E) $\sqrt{3}$

Questão 52 – Alternativa B

Trigonometria e matrizes: resposta (B)

Observe que

$$\begin{pmatrix} \cos \alpha & -\operatorname{sen} \alpha \\ \operatorname{sen} \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}^5 = \begin{pmatrix} \cos 5\alpha & -\operatorname{sen} 5\alpha \\ \operatorname{sen} 5\alpha & \cos 5\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}.$$

Portanto, $5\alpha = \frac{5\pi}{6}$ e $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

