

BERNOULLI COLÉGIO E PRÉ-VESTIBULAR



http://www.colegiobernoulli.com.br/bernoulli_resolve/

Matemática – Questão 01

Considere as retas r , s e t de equações, **respectivamente**,

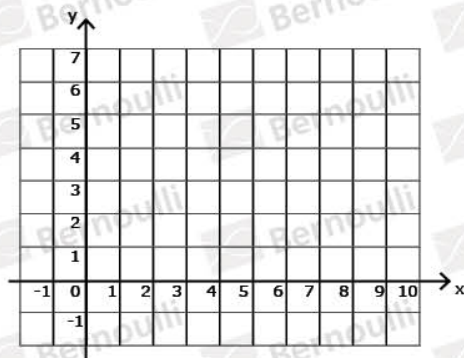
$$y = 2x - 4,$$

$$y = -x + 11$$

e

$$y = \frac{x+7}{5}$$

1. **TRACE**, no plano coordenado abaixo, os gráficos dessas três retas.

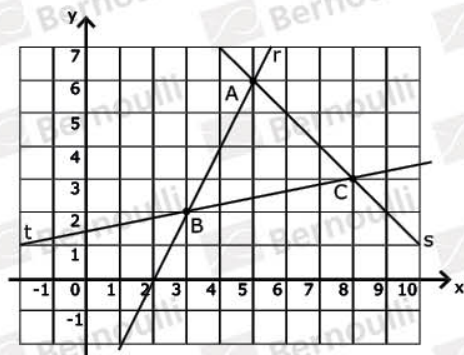


2. **CALCULE** as coordenadas dos pontos de interseção $A = r \cap s$, $B = r \cap t$ e $C = s \cap t$.

3. **DETERMINE** a área do triângulo ABC.

RESOLUÇÃO:

1.



Para representar o gráfico de uma reta, precisamos de dois pontos distintos que satisfazem a sua equação.

Reta r:

$$x = 1 \Rightarrow y = 2 - 4 = -2$$

$$x = 3 \Rightarrow y = 2 \cdot 3 - 4 = 2$$

Reta s:

$$x = 4 \Rightarrow y = -4 + 11 = 7$$

$$x = 8 \Rightarrow y = -8 + 11 = 3$$

Reta t:

$$x = 3 \Rightarrow y = \frac{10}{5} = 2$$

$$x = -2 \Rightarrow y = \frac{5}{5} = 1$$

2. O ponto de encontro entre duas curvas é a solução do sistema com suas equações. Logo, temos:

$$A \begin{cases} y = 2x - 4 \\ y = -x + 11 \end{cases}$$

$$2x - 4 = -x + 11$$

$$3x = 15 \quad A(5, 6)$$

$$\boxed{x = 5}$$

$$B \begin{cases} y = 2x - 4 \\ y = \frac{x+7}{5} \end{cases}$$

$$2x - 4 = \frac{x+7}{5}$$

$$10x - 20 = x + 7 \quad B(3, 2)$$

$$9x = 27$$

$$\boxed{x = 3}$$

$$C \begin{cases} y = -x + 11 \\ y = \frac{x+7}{5} \end{cases}$$

$$-x + 11 = \frac{x+7}{5}$$

$$-5x + 55 = x + 7 \quad C(8, 3)$$

$$6x = 48$$

$$\boxed{x = 8}$$

3. A área do triângulo é determinada pela relação a seguir.

$$S = \frac{|\det M|}{2}$$

$$S = \frac{18}{2} = 9$$

$$\det M = \begin{vmatrix} 5 & 6 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 8 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 18$$

Matemática – Questão 02

Uma fábrica vende determinado produto somente por encomenda de, **no mínimo**, 500 unidades e, **no máximo**, 3.000 unidades.

O preço P , **em reais**, de cada unidade desse produto é fixado, de acordo com o número x de unidades encomendadas, por meio desta equação:

$$P = \begin{cases} 90, & \text{se } 500 \leq x \leq 1.000. \\ 100 - 0,01x, & \text{se } 1.000 < x \leq 3.000. \end{cases}$$

O custo C , **em reais**, relativo à produção de x unidades desse produto é calculado pela equação

$$C = 60x + 10.000$$

O lucro L apurado com a venda de x unidades desse produto corresponde à diferença entre a receita apurada com a venda dessa quantidade e o custo relativo à sua produção.

Considerando essas informações,

1. **ESCREVA** a expressão do lucro L correspondente à venda de x unidades desse produto para $500 \leq x \leq 1.000$ e para $1.000 < x \leq 3.000$.
2. **CALCULE** o preço da unidade desse produto correspondente à encomenda que maximiza o lucro.
3. **CALCULE** o número **mínimo** de unidades que uma encomenda deve ter para gerar um lucro de, **pelo menos**, R\$ 26.400,00.

RESOLUÇÃO:

1. Notemos que a receita apurada é o preço P , em reais, multiplicado pelo número X de unidades encomendadas.

Logo, temos que:

$$L(x) = \begin{cases} 90x - (60x + 10.000) = 30x - 10.000, & \text{se } 500 \leq x \leq 1.000 \\ (100 - 0,01x) \cdot x - (60x + 10.000) = -0,01x^2 + 40x - 10.000, & \text{se } 1.000 < x \leq 3.000 \end{cases}$$

2. O lucro será máximo para:

$$x_v = \frac{-40}{2 \cdot (-0,01)} = \frac{40}{0,02} = 2.000 \text{ unidades encomendadas (*) atrás!}$$

Logo:

$$P(2.000) = 100 - 0,01 \cdot (2.000) = \boxed{80 \text{ reais}}$$

3. Fazendo $x = 1.000$, temos:

$$L(1.000) = 30 \cdot (1.000) - 10.000 = 20.000$$

Logo, para gerar um lucro de R\$ 26.400,00 devemos ter:

$$-0,01x^2 + 40x - 10.000 \geq 26.400$$

$$-0,01x^2 + 40x - 36.400 \geq 0$$

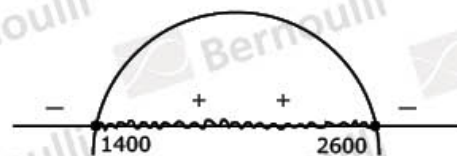
Resolvendo a inequação, temos que:

$$1.400 \leq x \leq 2.600$$

$$\Rightarrow \text{Número mínimo de unidades encomendadas} = \boxed{1.400}$$

$$(*) \text{ Observamos que: } L(2.000) = -0,01 \cdot (2.000)^2 + 40 \cdot (2.000) - 10.000 = 30.000$$

$$\text{Que, de fato, é maior que: } L(1.000) = 30 \cdot (1.000) - 10.000 = 20.000$$



Matemática – Questão 03

Um tipo especial de bactéria caracteriza-se por uma dinâmica de crescimento particular. Quando colocada em meio de cultura, sua população mantém-se constante por dois dias e, do terceiro dia em diante, cresce exponencialmente, dobrando sua quantidade a cada 8 horas.

Sabe-se que uma população inicial de 1.000 bactérias desse tipo foi colocada em meio de cultura.

Considerando essas informações,

1. **CALCULE** a população de bactérias após 6 dias em meio de cultura.
2. **DETERMINE** a expressão da população P , de bactérias, em função do tempo t em dias.
3. **CALCULE** o tempo necessário para que a população de bactérias se torne 30 vezes a população inicial.

(Em seus cálculos, use $\log 2 = 0,3$ e $\log 3 = 0,47$.)

RESOLUÇÃO:

1. Após 1 dia: 1.000

Após 2 dias: 1.000

Após 3 dias: 8.000

Após 4 dias: 64.000

Após 5 dias: 512.000

Após 6 dias: 4.096.000

2. Observando o crescimento exponencial acima, temos que:

$$P(t) = \begin{cases} 1.000, & \text{se } 1 \leq t \leq 2 \\ 3 \cdot (t - 2) & \\ 1.000 \times 2, & \text{se } t \geq 3 \text{ ou } 1.00 \times 8^{t-2} \end{cases}$$

3. $P(t) = 30.000$

$$1.000 \times 2^{3(t-2)} = 30.000$$

$$2^{3(t-2)} = 30$$

$$\Rightarrow \log[2^{3(t-2)}] = \log 30$$

$$3 \cdot (t - 2) \cdot \log 2 = \log(3 \cdot 10)$$

$$3 \cdot (t - 2) \cdot 0,3 = 0,47 + 1 \Rightarrow t \cong 3,63 \text{ dias}$$

Matemática – Questão 04

Numa brincadeira, um dado, com faces numeradas de 1 a 6, será lançado por Cristiano e, depois, por Ronaldo. Será considerado vencedor aquele que obtiver o **maior** número como resultado do lançamento. Se, nos dois lançamentos, for obtido o mesmo resultado, ocorrerá empate.

Com base nessas informações,

1. **CALCULE** a probabilidade de ocorrer um empate.
2. **CALCULE** a probabilidade de Cristiano ser o vencedor.

RESOLUÇÃO:

1. Considere o espaço amostral dos dois lançamentos.

Legenda:

E → empate

C → vitória Cristiano

R → vitória Ronaldo

C \ R	1	2	3	4	5	6
1	E	C	C	C	C	C
2	R	E	C	C	C	C
3	R	R	E	C	C	C
4	R	R	R	E	C	C
5	R	R	R	R	E	C
6	R	R	R	R	R	E

A probabilidade de empate será: $P(E) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

2. A rodada será a sequência de jogadas, sendo a 1ª jogada de Cristiano e a 2ª jogada de Ronaldo. Pelo espaço amostral acima, temos:

$$P(C) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

