

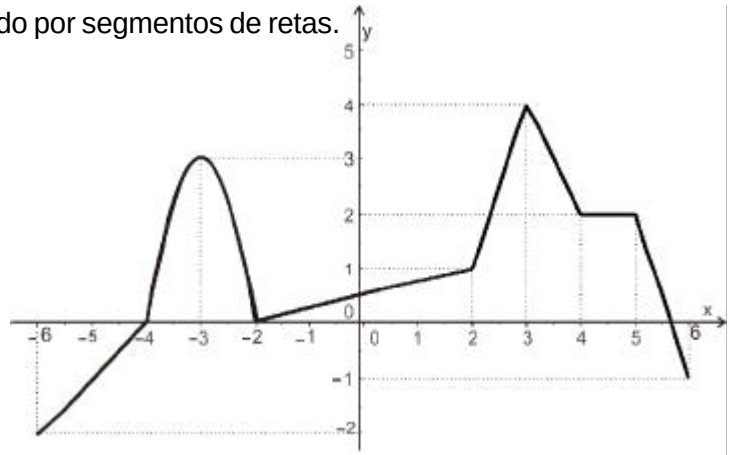
MATEMÁTICA - Gabarito Grupos I e J

1ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

A figura abaixo exibe o gráfico de uma função $y = f(x)$ definida no intervalo $[-6, +6]$. O gráfico de f passa pelos pontos seguintes: $(-6, -2), (-4, 0), (-3, 3), (-2, 0), (2, 1), (3, 4), (4, 2), (5, 2)$ e $(6, -1)$. Exceto no intervalo $[-4, -2]$, o gráfico de f é formado por segmentos de retas.



- a) Calcule $f\left(\frac{9}{2}\right)$.
- b) Determine a imagem de f .
- c) Quantas soluções distintas possui a equação $f(x) = 1$? E a equação $f(x) = 2$? Justifique as suas respostas.
- d) A função f é crescente no conjunto $C = [-4, -3] \cup [2, 3]$? Justifique a sua resposta.

Cálculos e respostas:

a) Como $\frac{9}{2}$ pertence ao intervalo $[4, 5]$, o gráfico nos mostra que $f\left(\frac{9}{2}\right) = 2$.

b) Imagem de $f = [-2, 4]$.

c) A equação $f(x) = 1$ tem quatro soluções distintas, pois a reta $y = 1$ intercepta o gráfico de f em quatro pontos diferentes. A equação $f(x) = 2$ tem infinitas soluções, pois a reta $y = 2$ intercepta o gráfico de f em infinitos pontos.

d) Não, pois -3 e 2 são elementos de C , $-3 < 2$ e $f(-3) > f(2)$.

MATEMÁTICA - Gabarito Grupos I e J

2ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Seja r a reta $y = -2x$.

Pede-se:

- a) as coordenadas do ponto P que está no segundo quadrante, sobre a reta r e cuja distância ao ponto $(0, -1)$ é $\sqrt{10}$ unidades;
- b) as coordenadas do ponto Q , sobre a reta r , que está mais próximo do ponto $(0, -1)$.

Cálculos e respostas:

a) As coordenadas do ponto P são da forma $P = (x, -2x)$.

Portanto queremos que $x^2 + (-2x + 1)^2 = 10$. Ou ainda, $5x^2 - 4x - 9 = 0$. Como P está no segundo quadrante, $x = -1$ e $P = (-1, 2)$.

b) Seja s a reta ortogonal à reta $y = -2x$ e que passa pelo ponto $(0, -1)$.

A equação de s é $y = +\frac{1}{2}x - 1$.

O ponto de r mais próximo de $(0, -1)$ é o ponto de interseção das retas s e r : $(\frac{2}{5}, -\frac{4}{5})$.

Matemática - Gabarito Grupos I e J

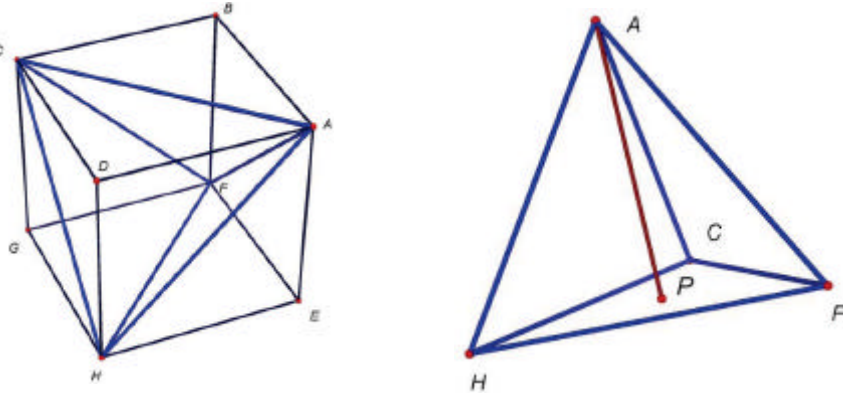
3ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Calcule o volume de um tetraedro regular cujos vértices foram escolhidos dentre os vértices de um cubo de 1 m^3 de volume.

Cálculos e respostas:



Qualquer aresta do tetraedro construído é uma diagonal de uma face do cubo. Assim, o volume do tetraedro ACFH é igual ao volume do cubo (1 m^3) menos a soma dos volumes dos tetraedros AEFH, FABC, CFGH e HACD. Como o volume de um tetraedro é igual a $\frac{1}{3}$ do produto da área de sua base pela sua altura, segue-se que o volume de cada um desses tetraedros é $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{6} \text{ m}^3$. Assim, o volume do tetraedro regular ACFH é igual a $1 - 4 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \text{ m}^3$.

Outra solução:

A medida da diagonal de uma face do cubo é igual a $\sqrt{2} \text{ m}$. Dessa maneira, a área do triângulo equilátero CFH é $\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m}^2$.

Sendo P o centro do triângulo equilátero CFH, sabe-se que $PH = \frac{\sqrt{6}}{3} \text{ m}$. Usando o Teorema de Pitágoras no triângulo retângulo APH, conclui-se que a altura do tetraedro é dada por

$$\sqrt{(\sqrt{2})^2 - \left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ m}.$$

Logo, seu volume é $\frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3} \text{ m}^3$.

MATEMÁTICA - Gabarito Grupos I e J

4ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Ao entrar na sala de aula, um professor de matemática encontrou as seguintes afirmações escritas no quadro:

- I) Se x é um número real, então $\sqrt{x^2} = x$.
- II) Se a e b são números reais, $a \neq 0$ e $ax > b$, então $x > \frac{b}{a}$.
- III) $\sum_{n=0}^{21} 3^n = (1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{21}) = \frac{3^{22} - 1}{2}$.
- IV) Se p e q são números reais tais que $\log p^2 = \log q^2$, então $p = q$.

Diga se cada uma das afirmações acima é verdadeira ou falsa. **Justifique as suas respostas.**

Cálculos e respostas:

I) Falsa ! Por exemplo, para $x = -2$, $\sqrt{(-2)^2} = 2 \neq -2$

II) Falsa! Por exemplo, as escolhas $a = -1$, $x = -3$ e $b = 2$ ilustram a falsidade da afirmação.

III) Verdadeira! $\sum_{n=0}^{21} 3^n = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{21}$ é a soma dos 22 primeiros termos de uma PG

de razão 3 e primeiro termo igual a 1. Tal soma é igual a : $1 \cdot \frac{3^{22} - 1}{3 - 1} = \frac{3^{22} - 1}{2}$.

IV) Falsa! Por exemplo, $-1 \neq 1$ e $\log[(-1)^2] = \log[(1)^2]$.

MATEMÁTICA - Gabarito Grupos I e J

5ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

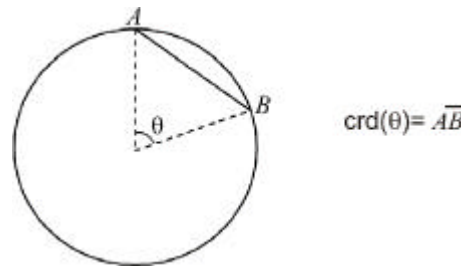
Revisor



Ptolomeu (gravura do século XVI)

A trigonometria desenvolveu-se como resultado de uma interação contínua e fecunda entre o modo de pensar matemático e a arte de observar o céu. O famoso texto *Almagesto*, do astrônomo Ptolomeu, é, com efeito, um marco dessa relação. Nele, há uma tabela da *função corda* que pode ser definida como segue:

Dado um círculo de raio unitário e um ângulo central θ ($0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$), definimos a $crd(\theta)$ (lê-se a *corda* de θ) pela medida do segmento de reta que une as extremidades do arco $\widehat{AB}$ subtendido pelo ângulo θ , conforme figura abaixo.



- a) Determine $crd(60^\circ)$ e $crd(90^\circ)$.
- b) Determine uma expressão para o comprimento do segmento de reta AB em função do ângulo central θ , $0^\circ < \theta < 180^\circ$.

Cálculos e respostas:

- a) Seja O o centro do círculo.

Se $\theta = 60^\circ$, o triângulo AOB é equilátero e então $\overline{AB}$ é igual à medida do raio do círculo.

Portanto, $crd(60^\circ) = 1$.

Se $\theta = 90^\circ$, usando o Teorema de Pitágoras, tem-se: $(\overline{AB})^2 = 1^2 + 1^2$. Neste caso, $crd(90^\circ) = \sqrt{2}$.

- b) Pela lei dos co-senos tem-se: $(\overline{AB})^2 = 1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos \theta = 2 - 2 \cos \theta$. Como $\overline{AB} > 0$,

$$\overline{AB} = \sqrt{2 - 2 \cos \theta}.$$

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

